1. Grenzwerte und Stetigkeit

1.1 Wiederholung Funktionen

H. Wuschke

09. August 2021

Ziele der Sitzung

- Definitionsbereiche angeben
- reellwertige Funktionstypen wiederholen und mit markanten Eigenschaften beschreiben
- Einfluss von Parametern auf Funktionsgleichungen beschreiben

Funktion, Definitionsbereich, Wertebereich

Funktion, Definitionsbereich, Wertebereich

Eine **Funktion** f ordnet jedem $x \in D$ eindeutig ein $y \in W$ zu. Dabei heißt D auch der **Definitionsbereich** und W der **Wertebereich** von f

Häufig schreibt man für diese Zuordnung: $y = f(x)$.

Beispiele

$f_1(x) = 2x - 3$
Hier ist $D = \mathbb{R}$ und $W = \mathbb{R}$, da alles eingesetzt werden kann und alles herauskommen kann.

$f_2(x) = x^2 + 3$
Hier ist $D = \mathbb{R}$ und $W = \{y \mid y \geqq 3\}$

Funktionen mit uneingeschränktem Definitionsbereich

- Polynome
- trigonometrische Funktionen
- Exponentialfunktionen

Funktionen mit eingeschränktem Definitionsbereich

- Die Wurzelfunktion, wie zum Beispiel $f(x) = \sqrt{x}$ ist nur für nichtnegative ($\geqq 0$) Werte definiert.
- Die Logarithmusfunktion, wie zum Beispiel $f(x) = \ln(x)$ ist nur positive (> 0) Werte definiert.
- Gebrochenrationale Funktionen wie zum Beispiel $f(x) = \dfrac{3}{x^2 - 4}$ sind nicht definiert, wenn durch 0 geteilt wird.

Aufgaben A1

Geben Sie den größtmöglichen Definitionsbereich an:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$$

$$g(x) = -x^3 - 2x^2$$

$$h(x) = \frac{x+1}{x-5} \cdot e^{3x}$$

$$k(x) = \ln(x - 8)$$

$$m(x) = \tfrac{1}{2}x - 5 + \sin(2x - 3)$$

$$n(x) = \frac{(x-3) \cdot x}{x^2 \cdot (x-8) \cdot (x+7)}$$

$$p(x) = 3x - \sqrt{x+16} + \frac{1}{x}$$

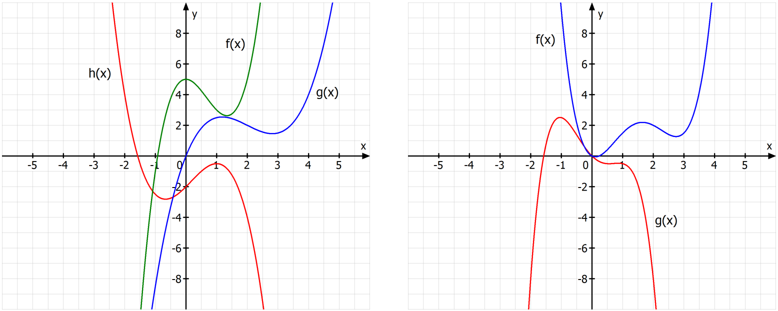

Abbildung: Polynome 3. und 4. Grades mit MatheGrafix 11, H.W. 08/21

Wurzelfunktionen

$$f(x) = \sqrt{x} \qquad g(x) = \sqrt[3]{x} \qquad h(x) = \sqrt{x^3}$$

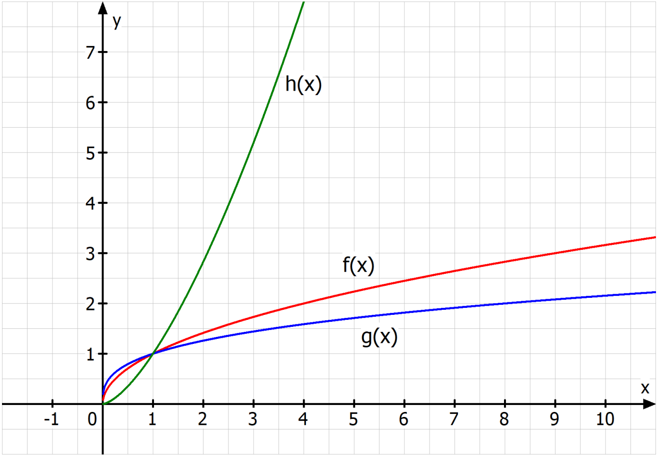

Abbildung: Wurzelfunktionen mit MatheGrafix 11, H.W. 08/21

Exponentialfunktionen zur Basis e

$f(x) = e^x \qquad g(x) = -e^{-x} \qquad h(x) = e^{-x} \qquad k(x) = -e^x$

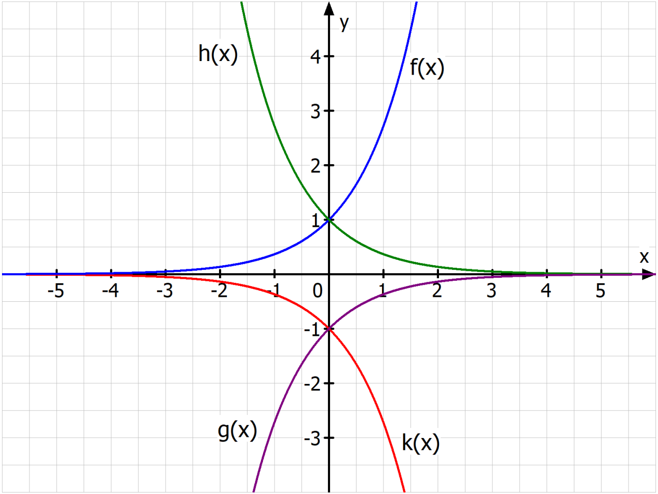

Abbildung: Exponentialfunktionen mit MatheGrafix 11, H.W. 08/21

Exponentialfunktionen

$f(x) = e^x \qquad g(x) = 5^x \qquad h(x) = 1,2^x \qquad k(x) = 0,4^x$

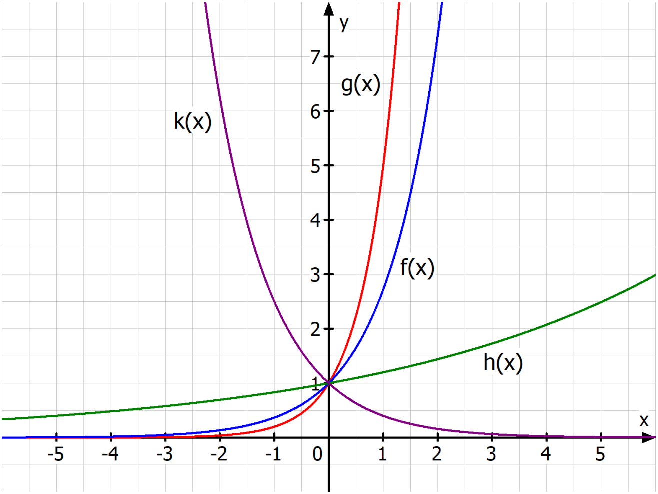

Abbildung: Exponentialfunktionen mit MatheGrafix 11, H.W. 08/21

$f(x) = \sin(x) \qquad g(x) = \cos(x) \qquad h(x) = \tan(x)$

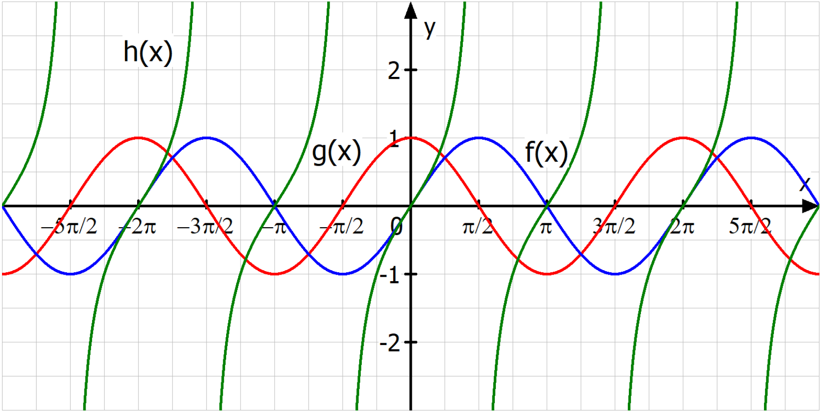

Abbildung: Trigonometrische Funktionen mit MatheGrafix 11, H.W. 08/21

Einfluss der Parameter

Parametereinfluss

Sei $f(x)$ eine beliebige Funktion. Dann gilt:

$a \cdot f(x)$ streckt ($|a| > 1$) oder staucht ($0 < |a| < 1$) den Funktionsgraphen von $f(x)$ entlang der y-Achse. Für $a < 0$ wird der Funktionsgraph an der x-Achse gespiegelt.

$f(b \cdot x)$ streckt ($0 < |b| < 1$) oder staucht ($|b| > 1$) den Funktionsgraphen von $f(x)$ entlang der x-Achse. Für $b < 0$ wird der Funktionsgraph an der y-Achse gespiegelt.

$f(x + c)$ verschiebt den Funktionsgraphen entlang der x-Achse in $-c$ Einheiten. Dadurch verschiebt sich auch der Definitionsbereich.

$f(x) + d$ verschiebt den Funktionsgraphen entlang der y-Achse in d Einheiten. Dadurch verschiebt sich auch der Wertebereich

Parameter a kann den Wertebereich vergrößern/verkleinern und b kann den Definitionsbereich vergrößern/verkleinern.

Beispiel für ein Applet

Hier gibt es ein Beispiel für unterschiedliche Funktionen. Dabei sind die Parameter nicht immer exakt so benannt, wie im Definitionskasten auf der vorherigen Folie `https://www.geogebra.org/m/gWGuSwTd`

Aufgaben A2

Gegeben sind die Funktionen $f(x) = \frac{1}{3} \cdot x^3 - 2x^2 + 4x - 8$, $g(x) = \ln(x-2)$ sowie $h(x) = \sqrt{x^2 - 8}$

a) Verschieben Sie die Funktionsgraphen: 3 LE $\leftarrow$ und 2 LE $\downarrow$

b) Strecken Sie die Funktionsgraph um den Faktor 3 in Richtung der y-Achse.

c) Stauchen Sie die Funktionsgraph um den Faktor $\frac{1}{3}$ in Richtung der y-Achse.

d) Verschieben Sie die Funktionsgraphen: 5 LE $\leftarrow$ und 6 LE $\uparrow$

Welche Auswirkung auf Definitions- und Wertebereich lassen sich feststellen?