Übersicht Kurvendiskussion

1 Definitions- und Wertebereich

Definitionsbereich: $x \in \mathbb{R}$	Wertebereich: $y \in \mathbb{R}$
Welche x-Werte (Argumente) dürfen eingesetzt werden?	Welche y-Werte (Funktionswerte) können herauskommen?

2 Verhalten im Unendlichen (Globalverlauf)

Gegen was strebt die Funktion für x gegen ∞? $\lim\limits_{x \to \infty} f(x)$

Gegen was strebt die Funktion für x gegen$-\infty$? $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

Ist beides gleich, schreibt man $\lim\limits_{x \to \pm\infty}$

3 Symmetrie

Eine Funktion kann punktsymmetrisch oder achsensymmetrisch sein oder keine Symmetrie besitzen.

Punktsymmetrie	Achsensymmetrie	keine Symmetrie
$f(x) \neq f(-x)$	$f(x) = f(-x)$	$f(x) \neq f(-x)$
$f(-x) = -f(x)$	$f(-x) \neq -f(x)$	$f(-x) \neq -f(x)$

4 Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen

- Schnittpunkte mit der x-Achse

  Dies sind die Punkte, die aus den Nullstellen bestehen, also ist der Ansatz: $0 = f(x)$

  $$\Rightarrow S_x(x_0|0) \text{ (mehrere Punkte möglich)}$$

- Schnittpunkte mit der y-Achse

  Dies ist der Punkt, für den gilt $x = 0$, also ist der Ansatz: $f(0) = y_0$

  $$\Rightarrow S_y(0|y_0) \text{ (nur ein Punkt)}$$

5 Extrempunkte (lokal und global)

- lokale Extrempunkte

  Sind die Punkte, an denen sich das Monotonieverhalten (Vorzeichen der Anstiege) ändert. Daher ist der Ansatz
  $$f'(x_E) = 0 \quad \text{(notwendig)}$$
  Wenn dies gilt, ist zu bestimmen, ob es ein lokales Maximum, Minimum oder doch kein Extremum ist (hinreichend).

  $$f''(x_E) < 0 \Rightarrow f(x) \text{ ist rechtsgekrümmt und es liegt ein lokales Maximum in } x_E \text{ vor.}$$

  $$f''(x_E) > 0 \Rightarrow f(x) \text{ ist linksgekrümmt und es liegt ein lokales Minimum in } x_E \text{ vor.}$$

  $$f''(x_E) = 0 \Rightarrow f(x) \text{ ist nicht gekrümmt und es liegt kein Extremum} x_E \text{ vor.}$$

- globale Maxima und Minima

  Der kleinste Wert des Wertebereiches ist das globale Minimum (wenn er existiert).
  Der größte Wert des Wertebereiches ist das globale Maximum (wenn er existiert).
  $\Rightarrow$ Kommt nur vor, wenn der Wertebereich eingeschränkt ist.

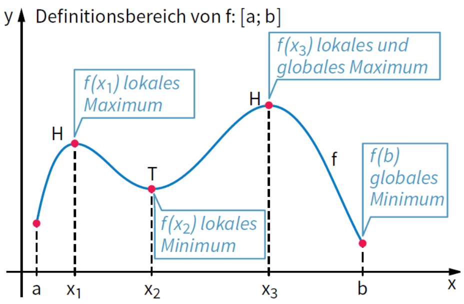

Abbildung 1: EdM Sachsen 11, S. 108.

6 Monotonie

Die Monotonie ändert sich an den Extremstellen. Es gilt:

$$f'(x) \leq 0 \Rightarrow f(x) \text{ ist monoton fallend}$$

$$f'(x) \geq 0 \Rightarrow f(x) \text{ ist monoton steigend}$$

$f(x)$ ist monoton steigend bis zum x-Wert des Maximums und danach fallend bzw. monoton fallend bis zum x-Wert des Minimums und danach monoton steigend.

7 Wendepunkte

Sind die Punkte, an denen sich das Krümmungsverhalten ändert, weil der Anstieg hier maximal oder minimal ist. Daher sind sie Extrempunkte der Ableitung und es gilt:

$$f''(x_w) = 0 \quad \text{(notwendig)}$$

Damit es Extrempunkte der Ableitung sind, sollte außerdem gelten:

$$f'''(x_w) \neq 0 \quad \text{(hinreichend)}$$

Für das Krümmungsverhalten einer Funktion gilt:

$$f''(x) > 0 \Rightarrow f(x) \text{ ist linksgekrümmt (konvex).}$$

$$f''(x) < 0 \Rightarrow f(x) \text{ ist rechtsgekrümmt (konkav).}$$

Eselsbrücke: "*Konkav wie das Schaf und konvex fliegt die Hex'.*"

8 Graph der Funktion

In einem geeigneten Koordinatensystem wird der Funktionsgraph gezeichnet, dabei sollten folgende Punkte ablesbar sein:

- Koordinatenschnittpunkte
- Extrempunkte (bestimmen meist, wie weit die y-Achse geht)
- Wendepunkte