Punkte und Objekte im $\mathbb{R}^3$ (19.01.2022)

H. Wuschke

Aufgabe 1 (3 + 1 + 6 BE)

Gegeben sei das Dreieck ABC mit seinen Eckpunkten $A(6|-5|4)$, $B(5|1|4)$ und $C(-3|13|6)$.

a) Bestimmen Sie die Vektoren $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ und $\overrightarrow{AC}$.

b) Berechnen Sie den Schwerpunkt S des Dreiecks.

c) Ermitteln Sie die vektorielle Beschreibung der Seitenhalbierenden $S_{\overline{AB}}$, $S_{\overline{BC}}$ und $S_{\overline{AC}}$.

Aufgabe 2 (1 + 1 + 1 + 1 + 5 BE)

Berechnen Sie die Mittelpunkte der gegebenen Objekte.

a) Strecke $\overline{AB}$ mit
$\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 15 \end{pmatrix}$

b) Dreieck RST mit $R(1|2|3), S(2|3|5)$ und $T(2|4|8)$

c) Viereck $EFGH$ mit $E(-1|1|-1), F(-2|4|-8), G(-3|9|-27)$ und $H(0|1|0)$

d) Fünfeck $OPQRS$ mit
O (Koordinatenursprung), $P(5|5|5), Q(3|6|7), R(0|3|8)$ und $S(-2|-3|4)$

e) Quader $ABCDEFGH$ mit Grundfläche $ABCD$ und Deckfläche $DEFG$
A ist im Koordinatenursprung, $B(4|0|0)$, $\overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $E(0|0|8)$

Aufgabe 3 (4 BE)

Stellen Sie den Quader $ABCDEFGH$ aus Aufgabe 2e) in einem geeigneten kartesischen Koordinatensystem dar.

Aufgabe 4 (3 + 2 + 1 BE)

Stellen Sie einen Würfel mit Kantenlänge 4 LE in einem kartesischen Koordinatensystem räumlich dar. Bestimmen Sie außerdem die Mittelpunkte der Seitenflächen und den Schwerpunkt des Würfels.

Aufgabe 5 (2 BE)

Seien die Punkte $A(x_A|y_A|z_A)$ und $B(x_B|y_B|z_B)$ gegeben. Zeigen Sie, dass gilt:

$$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$$