

## Aufgaben zur Stetigkeit und mittleren/lokalen Änderungsrate (30.08.2021)

H. Wuschke

### Aufgabe 1 (3 BE)

Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 1 & , \text{ für } x < 3 \\ \frac{1}{2} & , \text{ für } x \geq 3 \end{cases}$  an der Stelle  $x_1 = 3$  unstetig ist.

### Aufgabe 2 (6 BE)

Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktionen an der Stelle  $x_1 = 0$  unstetig sind:

a)  $g_1(x) = \begin{cases} 2x + 7 & , \text{ für } x < 0 \\ x - 1 & , \text{ für } x \geq 0 \end{cases}$

b)  $g_2(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 3 & , \text{ für } x \leq 0 \\ 2x + 1 & , \text{ für } x > 0 \end{cases}$

c)  $g_3(x) = \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & , \text{ für } x > 0 \\ 0 & , \text{ für } x = 0 \\ -1 & , \text{ für } x < 0 \end{cases}$

### Aufgabe 3 (3 + 2 BE)

Bei einer Sonnenblume wird an verschiedenen Tagen die Höhe gemessen:

|                 |   |    |    |    |     |     |     |
|-----------------|---|----|----|----|-----|-----|-----|
| Zeit (in Tagen) | 0 | 20 | 24 | 30 | 39  | 50  | 75  |
| Höhe (in cm)    | 2 | 20 | 39 | 64 | 105 | 156 | 192 |

a) Zeichnen Sie den Graphen der Wachstumsfunktion  $f(t) = h$  mit  $t$  ist die Zeit in Tagen und  $h$  die Höhe in cm.

b) Begründen Sie anhand dieser Darstellung, in welchem Zeitraum die Sonnenblume am stärksten und am schwächsten gewachsen ist.

### Aufgabe 4 (2 + 2 + 1 BE)

Die Stadt Friedland hat folgende Einwohnerzahlen<sup>1</sup> verzeichnet:

|           |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Jahr      | 1925  | 1989  | 2000  | 2006  | 2008  | 2011  | 2015  | 2017  | 2018  |
| Einwohner | 7.522 | 8.800 | 7.486 | 7.251 | 6.768 | 6.428 | 6.779 | 6.646 | 6.354 |

Begründen Sie mithilfe der mittleren Änderungsrate, in welchem Zeitraum

- die Bevölkerungsentwicklung den stärksten Anstieg hat.
- die Bevölkerungsentwicklung den stärksten Rückgang hat.
- sich die Bevölkerungsentwicklung am stärksten verändert hat.

<sup>1</sup>Quelle: <https://www.laiv-mv.de/static/LAIV/Statistik/Dateien/Publikationen/A\%20I\%20Bev\%C3\%B6lkerungsstand/A\%20113/A113\%202018\%2000.pdf>

## Aufgabe 5 (2 + 6 + 6 BE)

Die astronomische Sonnenscheindauer ist die Zeitspanne zwischen Sonnenaufgang und Sonnenuntergang in einer Region. Für Friedland (Breitengrad:  $53^\circ 40'$  und Längengrad:  $13^\circ 33'$ ) kann die astronomische Sonnenscheindauer für das Jahr 2019 durch die folgende Sinusfunktion angenähert werden<sup>2</sup>:

$$f(x) = y = \frac{289}{60} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{365} \cdot (x - 80)\right) + 12.25$$

Dabei wird  $x$  in Tagen angegeben und  $y$  in Stunden.

- Erläutern Sie, was eine positive mittlere Änderungsrate bzw. eine negative mittlere Änderungsrate der astronomischen Sonnenscheindauer bedeuten.
- Füllen Sie eine Wertetabelle für den 1. und 15. Tag jedes Monats aus.  
(Beispiel: Der 01.06.2019 ist der 152. Tag, also  $x = 152$  und  $f(152) \approx 16,8$ )
- Bestimmen Sie fünf verschiedene mittlere Änderungsraten im Intervall  $[1;171]$  und fünf verschiedene mittlere Änderungsraten im Intervall  $[171;365]$ . Begründen Sie, mithilfe Ihrer Ergebnisse, warum die Tage vor dem 171. Tag des Jahres (20.06.2019) länger werden und danach kürzer.

## Aufgabe 6 (5 BE)

Gute oder schlechte Nachrichten? Nehmen Sie Stellung.

- „Der Anstieg der Inflationsrate verringert sich.“
- „Die Zuwachsraten sinken.“
- „Der Aufschwung erlahmt.“
- „Die Talfahrt ist gebremst.“
- „Die Neuverschuldungen sinken.“

## Aufgabe 7 (3 BE)

Ein voll beladener LKW fährt die ersten 20 s an mit einer Funktion  $s(t) = \frac{0,9}{2} \cdot t^2$ . Berechnen Sie mithilfe des Differentialquotienten seine Momentangeschwindigkeit nach 5 s, 10 s und 20 s.

## Zusatz (3 BE)

Beweisen Sie diese Folgerung aus dem Zwischenwertsatz und dem Nullstellensatz:

Seien  $f(x)$  und  $g(x)$  auf dem Intervall  $[a, b]$  stetig mit  $f(a) < g(a)$  und  $f(b) > g(b)$ .

Dann gibt es ein  $c \in (a, b)$ , sodass gilt:

$$f(c) = g(c)$$

Der Satz gilt auch für  $f(a) > g(a)$  und  $f(b) < g(b)$ .

Diese Aussage kann immer genutzt werden, um die Existenz von Schnittpunkten zu behaupten.

---

<sup>2</sup>Unter Verwendung von: [https://aa.usno.navy.mil/data/docs/RS\\_OneYear.php](https://aa.usno.navy.mil/data/docs/RS_OneYear.php)