

## Aufgaben zu Grenzwerte von Funktionen (18.08.2021)

H. Wuschke

### Aufgabe 1 (3 BE)

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

$$(a) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{1-x} \quad (b) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2+1}{x^3} \quad (c) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2+5}{x+1}$$

### Aufgabe 2 (5 BE)

Gegeben ist die Funktion  $f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2-1}$ . Bestimmen Sie folgende Grenzwerte:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \quad \lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$$

### Aufgabe 3 (3 + 2 + 3 BE)

Gegeben ist die Funktion  $f(x) = \frac{x^2-9}{(x-2)(x+3)}$ .

1. Geben Sie den Definitionsbereich sowie die Achsenschnittpunkte der Funktion an und ermitteln Sie die Art der Definitionslücken.
2. Bestimmen Sie den Grenzwert der Funktion für  $x \rightarrow -\infty$  und  $x \rightarrow \infty$ .
3. Skizzieren Sie den Graphen der Funktion mindestens im Intervall von  $-5 \leq x \leq 6$  in ein Koordinatensystem und kennzeichnen Sie die Asymptoten und die (hebbare) Lücke.

### Aufgabe 4 (6 BE)

Geben Sie zwei möglichst einfache Funktionsgleichungen  $f_1(x)$  und  $f_2(x)$  mit den gegebenen Eigenschaften an:

1. Die Funktion hat die waagerechte Asymptote  $y = 3$  und eine Polstelle bei  $x_0 = -2$ .
2. Die Funktion besitzt eine (hebbare) Lücke an der Stelle  $x_1 = -3$ .
3. Die Funktion nähert sich für  $x \rightarrow \pm\infty$  der waagerechten Asymptote  $y = -1$  an und hat den Definitionsbereich  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

### Aufgabe 5 (4 BE)

Bestimmen Sie das Verhalten im Unendlichen der gegebenen Funktionen.

$$(a) h_1(x) = x^3 - 2x^2$$

$$(b) h_2(x) = e^{-x^3+2021}$$

$$(c) h_3(x) = \cos\left(\frac{2021}{x}\right)$$

$$(d) h_4(x) = e^{\frac{1}{2x}}$$