UNIVERSITÄT
LEIPZIG

Jun.-Prof. Dr. Mira Schedensack
Mathematisches Institut
Universität Leipzig

Numerisches Praktikum

WS 2024

Projekt: Approximation mit Least-Squares-Polynomen (empfohlene Gruppengröße: 1)

Häufig sind Darstellungen in der Praxis nur über Datenpunkte gegeben. Aus n Datenpunkten soll in diesem Projekt eine Funktion durch einen Least-Squares-Ansatz durch ein Polynom vom Grad $k \leq n$ approximiert werden. Die Berechnung eines Least-Squares-Polynoms ist in [Her11, Kapitel 7.1.1] beschrieben.

1. Implementieren Sie die Approximation durch ein Polynom des Grades k mit der Methode der kleinsten Quadrate. Die Interpolation mit einem Lagrange-Polynom entspricht der Approximation durch ein Polynom des Grades $k = n$ mit der Methode der kleinsten Quadrate. Für die Lösung der entstehenden linearen Gleichungssysteme können Sie auf vorhandene Löser zurückgreifen (z.B. numpy.linalg.solve, oder den Backslash-Operator in matlab).

2. Approximieren Sie den Entenrücken aus Abbildung (3.7) in [FBB94, Beispiel 1 aus §3.5] mit Hilfe der 21 Datenpunkte, welche in [FBB94, Tabelle 3.11] angegeben sind. Benutzen Sie für die Approximation die Polynomgrade $k \in \{2, 5, 8, 11, 14, 17, 20\}$.

3. Unterteilen Sie das gesamte Intervall in Teilintervalle und wenden Sie die Approximation auf den einzelnen Teilintervallen an.

4. Vergleichen Sie die Resultate. Welche Unterteilung des Intervalls in Teilintervalle ist sinnvoll? Welche Polynomgrade führen zu guten Ergebnissen?

Literatur

[FBB94] John Douglas Faires, Richard L. Burden, and Marita Blankenhagel. *Numerische Methoden: Näherungsverfahren und ihre praktische Anwendung*. Spektrum-Lehrbuch. Spektrum, Akad. Verl., Heidelberg, 1994.

[Her11] Martin Hermann. *Numerische Mathematik*. München: Oldenbourg Verlag, 3rd revised and expanded ed. edition, 2011.