



Numerisches Praktikum

WS 2024

Projekt: Hermite-Interpolation mit Polynomen (empfohlene Gruppengröße: 2)

Häufig sind Darstellungen in der Praxis nur über Datenpunkte gegeben. Aus diesen Datenpunkten soll in diesem Projekt ein Polynom durch Hermite-Interpolation rekonstruiert werden. Sind Datenpunkte $(x_j, y_j)_{j=0, \dots, n}$ gegeben, sollen diese durch Polynome f_k , $k = 1, 2, 3, 4$, des Grades \leq interpoliert werden, die $f_k(x_j) = y_j$ für $k = 1, \dots, 4$ und jeweils die folgenden Bedingungen erfüllen,

$$\begin{aligned}f_1'(x_j) &= \frac{y_j - y_{j-1}}{h_j}, \\f_2'(x_j) &= \frac{y_{j+1} - y_j}{h_{j+1}}, \\f_3'(x_j) &= \frac{y_{j+1} - y_{j-1}}{h_j + h_{j+1}}, \\f_4'(x_j) &= \frac{1}{2} \left(\frac{y_j - y_{j-1}}{h_j} + \frac{y_{j+1} - y_j}{h_{j+1}} \right).\end{aligned}$$

Hierbei sei $h_j := x_j - x_{j-1}$.

Zur Definition und Berechnung der Interpolierenden siehe auch [Her11, Kapitel 6.6].

1. Implementieren Sie die oben definierten Hermite-Interpolationen.
2. Interpolieren Sie damit den Entenrücken aus Abbildung (3.7) in [FBB94, Beispiel 1 aus §3.5] mit Hilfe der Datenpunkte aus [FBB94, Tabelle 3.11]. Wählen Sie außerdem Teilintervalle aus, auf denen Sie Abschnitte des Entenrückens interpolieren. Versuchen Sie außerdem, die Interpolation durch Hinzufügen von weiteren geschätzten Werten oder Weglassen von Werten zu verbessern.
3. Vergleichen Sie die Resultate. Ist eine der Interpolationen f_j besser als die anderen? Welche Auswahl von Teilintervallen und welche Verteilung von Stützpunkten ist sinnvoll um den Entenrücken graphisch darzustellen?

Literatur

- [FBB94] John Douglas Faires, Richard L. Burden, and Marita Blankenhagel. *Numerische Methoden: Näherungsverfahren und ihre praktische Anwendung*. Spektrum-Lehrbuch. Spektrum, Akad. Verl., Heidelberg, 1994.
- [Her11] Martin Hermann. *Numerische Mathematik*. München: Oldenbourg Verlag, 3rd revised and expanded ed. edition, 2011.