Prof. Dr. Peter Kunkel
Fakultät für Mathematik und Informatik
Universität Leipzig WS 2021/22

Arbeitsblatt

Numerisches Praktikum

Thema

Implementation des gewöhnlichen, vereinfachten und Quasi-Newton-Verfahrens einschließlich Vergleich.

Aufgabenstellung

Zur Lösung von nichtlinearen Gleichungssystemen $f(x) = 0$ verwendet man Verfahren der Form

$$x_{\nu+1} = x_\nu - A_\nu^{-1} f(x_\nu), \quad \nu = 0, 1, 2, \ldots,$$

wobei x_0 gegeben ist. Für $A_\nu = f'(x_\nu)$ erhält man das Newton-Verfahren, für $A_\nu = f'(x_0)$ das vereinfachte Newton-Verfahren. Eine wichtige Variante ist das sogenannte Quasi-Newton-Verfahren, bei der $A_{\nu+1}$ aus A_ν durch eine bestimmte Aufdatierung vom Rang 1 (sogenannte Broyden-Aufdatierung) gewonnen wird. Auch hier kommt man wie beim vereinfachten Newton-Verfahren mit einer Dreieckszerlegung (nämlich von $A_0 = f'(x_0)$) aus, wenn man die rekursive Darstellung

$$A_{\nu+1}^{-1} = (I + \frac{\Delta x_{\nu+1} \Delta x_\nu^T}{\Delta x_\nu^T \Delta x_\nu}) A_\nu^{-1}$$

verwendet. Dabei ist $x_{\nu+1} = x_\nu + \Delta x_\nu$ mit

$$\Delta x_\nu = \frac{\Delta \bar{x}_\nu}{1 - \alpha_\nu}, \quad \alpha_\nu = \frac{\Delta \bar{x}_\nu^T \Delta x_{\nu-1}}{\Delta x_{\nu-1}^T \Delta x_{\nu-1}}, \quad \Delta \bar{x}_\nu = -A_{\nu-1}^{-1} f(x_\nu)$$

für $\nu \geq 1$ und $\Delta x_0 = -f'(x_0)^{-1} f(x_0)$. Man implementiere alle drei Varianten und vergleiche sie an den Problemen aus Beispiel 4.30, Beispiel 4.31 und Aufgabe 4.9 (siehe Anlage) des Buches

> Deuflhard/Hohmann: Numerische Mathematik I — Eine algorithmisch orientierte Einführung, 2. Auflage, Walter de Gruyter.

Insbesondere untersuche man, wie groß der Parameter λ in Beispiel 4.30 gewählt werden kann, um noch Konvergenz ausgehend von der Lösung für $\lambda = 0$ zu erzielen.

Quellen

$\emptyset$