

Modelle zum Lösen von Gleichungen mittels Äquivalenzumformungen

Steffen Hintze

Mathematisches Institut der Universität Leipzig - Abteilung Didaktik

05.07.2016

Methoden für den Mathematikunterricht

Methode: Sammelalbum

Inhalt: Eigenschaften von Funktionsgraphen

- ① Falten Sie ein Blatt in neun gleichgroße rechteckige Felder.

Methoden für den Mathematikunterricht

Methode: Sammelalbum

Inhalt: Eigenschaften von Funktionsgraphen

- ① Falten Sie ein Blatt in neun gleichgroße rechteckige Felder.
- ② **Einzelarbeit**
Tragen Sie in vier der Felder jeweils einen Begriff ein, der die Eigenschaft eines Funktionsgraphen beschreibt. Nutzen Sie nur Begriffe, deren Bedeutung Sie erklären können.

Methoden für den Mathematikunterricht

Methode: Sammelalbum

Inhalt: Eigenschaften von Funktionsgraphen

- ① Falten Sie ein Blatt in neun gleichgroße rechteckige Felder.
- ② **Einzelarbeit**
Tragen Sie in vier der Felder jeweils einen Begriff ein, der die Eigenschaft eines Funktionsgraphen beschreibt. Nutzen Sie nur Begriffe, deren Bedeutung Sie erklären können.
- ③ **Partnerarbeit**
Tauschen Sie nun Begriffe.

Methoden für den Mathematikunterricht

Methode: Sammelalbum

Inhalt: Eigenschaften von Funktionsgraphen

- ① Falten Sie ein Blatt in neun gleichgroße rechteckige Felder.
- ② **Einzelarbeit**
Tragen Sie in vier der Felder jeweils einen Begriff ein, der die Eigenschaft eines Funktionsgraphen beschreibt. Nutzen Sie nur Begriffe, deren Bedeutung Sie erklären können.
- ③ **Partnerarbeit**
Tauschen Sie nun Begriffe.
- ④ **Plenum**
Stellen Sie alle Begriffe auf Ihrem Blatt und die dazugehörigen Erklärungen kurz vor.

Modelle zum Lösen von Gleichungen mittels Äquivalenzumformungen

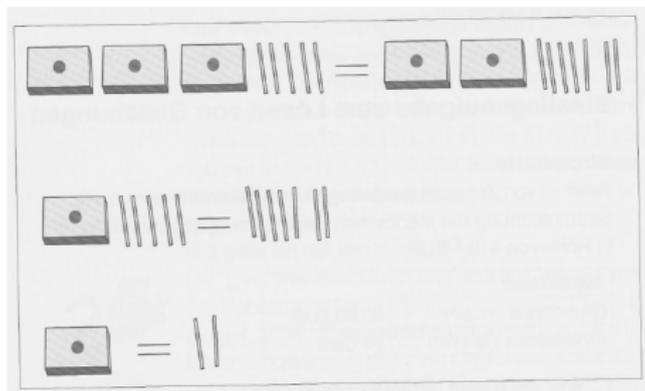
Modelle unterstützen das Verstehen von Situationen durch Handlungen und ermöglichen es den Lernenden, Äquivalenzumformungen zu reflektieren.

Modelle sind jedoch auch zusätzliche Inhalte, die nachvollzogen werden müssen und eine Lernhürde darstellen können.

Modelle zum Lösen von Gleichungen mittels Äquivalenzumformungen

DAS KNACK-DIE-BOX-MODELL

Idee: die Gleichung wird mit Hilfe von Streichhölzern und Schachteln veranschaulicht



Modelle zum Lösen von Gleichungen mittels Äquivalenzumformungen

DAS KNACK-DIE-BOX-MODELL

Kritik am Knack-die-Box-Modell:

- das Modell kann nur Gleichungen darstellen, bei denen ausschließlich positive Zahlen vorkommen

Modelle zum Lösen von Gleichungen mittels Äquivalenzumformungen

DAS WAAGE-MODELL

Idee: die Seiten der Gleichung werden als Gewichte einer Balkenwaage betrachtet, die sich im Gleichgewicht befindet. Äquivalenzumformungen sind Veränderungen, welche die Waage stets im Gleichgewicht lassen.

Waage	Handlung	Gleichung	Umformung
	- 1	$3 \cdot x + 1 = x + 7$	- 1
	- x	$3 \cdot x = x + 6$	- x
	: 2	$2 \cdot x = 6$: 2
		$x = 3$	

Modelle zum Lösen von Gleichungen mittels Äquivalenzumformungen

DAS WAAGE-MODELL

Kritik am Waagemodell:

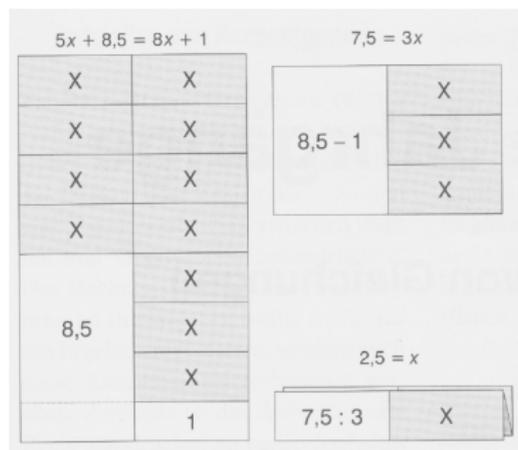
- vielen Kindern sind derartige Waagen unbekannt
- das Modell kann nur Gleichungen darstellen, bei denen ausschließlich positive Zahlen vorkommen

Es ist jedoch erwiesen, dass das Waage-Modell syntaktische Fertigkeiten unterstützt und dass es dabei hilft, das Gleichheitszeichen als solches besser erfassen zu können.

Modelle zum Lösen von Gleichungen mittels Äquivalenzumformungen

DAS FALT-MODELL

Idee: die Gleichung wird mit Hilfe eines gefalteten Blatts veranschaulicht



Achtung: Gleichung und Abbildung stimmen nicht überein!

Modelle zum Lösen von Gleichungen mittels Äquivalenzumformungen

DAS FALT-MODELL

Kritik am Falt-Modell:

- das Modell kann nur Gleichungen darstellen, bei denen ausschließlich positive Zahlen vorkommen
- es kann die falsche Vorstellung entstehen, dass die Variable immer eine Fläche beschreibt
- es kann die falsche Vorstellung entstehen, dass die gesuchte Größe bekannt sein müsse, um die richtigen Faltabstände zu wählen

mögliche Übungen zur Schulung von (Teil)Fertigkeiten

- ① zu vorgegebenen Gleichungen Umformungen notieren

Gib die fehlende Äquivalenzumformung an.

$$3x + 2 = 10 - x \mid \dots$$

$$4x + 2 = 10$$

mögliche Übungen zur Schulung von (Teil)Fertigkeiten

- ③ zu vorgegebenen Umformungen die dadurch entstehende Gleichung notieren

Gib die Gleichung an, die entsteht, wenn die gegebene Äquivalenzumformung ausgeführt wird.

$$3x + 2 = 10 - x \quad | - 2$$

mögliche Übungen zur Schulung von (Teil)Fertigkeiten

- ④ eine Mischung aus den beiden vorherigen Aufgaben

Gib zunächst die fehlende Äquivalenzumformung an. Ergänze dann die fehlende Seite der Gleichung.

$$3x + 2 = 10 - x \mid \dots$$

$$3x =$$

mögliche Übungen zur Schulung von (Teil)Fertigkeiten

- ⑤ Gleichungen zu einer gegebenen Lösung finden

Gib fünf verschiedene Gleichungen an, deren Lösung 4 ist.

Nutze die Variable a .

mögliche Übungen zur Schulung von (Teil)Fertigkeiten

⑥ Fehler finden und korrigieren

Bei der Äquivalenzumformung wurde ein Fehler gemacht.
Finde diesen Fehler und korrigiere ihn.

$$5a + 3 = 7a - 3 \quad | + 3$$

$$5a = 7a$$

mögliche Übungen zur Schulung von (Teil)Fertigkeiten

- ⑦ Einsetzen, um mögliche Lösung zu prüfen

Untersuche, ob die Zahl die gegebene Gleichung löst.

$$2x + 5 = 4x \quad \text{Zahl: } 2,5$$

Literatur

Barzel, Bärbel und Lars Holzäpfel (2011). Gleichungen verstehen. In: Mathematik Lehren. Erfolgreich unterrichten: Konzepte und Materialien, No 169, Seite 2 - 7, Velber: Friedrich Verlag.