

UNIVERSITÄT
LEIPZIG

Algebra 1

Łukasz Grabowski

Mathematisches Institut

1. Wiederholung

2. Beispiele

3. Smith-Normalform

4. Semidirekte Produkte

5. Quaternionengruppe

1. Wiederholung

2. Beispiele

3. Smith-Normalform

4. Semidirekte Produkte

5. Quaternionengruppe

- Anwendungen

- Anwendungen von

- Anwendungen von Wirkungen:

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf sich

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf sich selbst

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf sich selbst durch

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf sich selbst durch die

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation:

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x :=$

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns die

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns die Klassengleichung:

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns die Klassengleichung:

$$|G| =$$

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns die Klassengleichung:

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|,$$

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns die Klassengleichung:

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|,$$

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.

- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns die Klassengleichung:

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|,$$

wobei

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.

- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns die Klassengleichung:

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|,$$

wobei x_i

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.

- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns die Klassengleichung:

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|,$$

wobei x_i die

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.

- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns die Klassengleichung:

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|,$$

wobei x_i die Verterete

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.

- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns die Klassengleichung:

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|,$$

wobei x_i die Verterete von

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.

- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns die Klassengleichung:

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|,$$

wobei x_i die Verterete von Konjugationsklassen

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.

- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns die Klassengleichung:

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|,$$

wobei x_i die Verterete von Konjugationsklassen sind.

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.

- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns die Klassengleichung:

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|,$$

wobei x_i die Verterete von Konjugationsklassen sind.

- Korollar:

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns die Klassengleichung:

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|,$$

wobei x_i die Verterete von Konjugationsklassen sind.

- Korollar: jede

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns die Klassengleichung:

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|,$$

wobei x_i die Verterete von Konjugationsklassen sind.

- Korollar: jede p-Gruppe

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.

- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns die Klassengleichung:

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|,$$

wobei x_i die Verterete von Konjugationsklassen sind.

- Korollar: jede p-Gruppe G

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns die Klassengleichung:

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|,$$

wobei x_i die Verterete von Konjugationsklassen sind.

- Korollar: jede p-Gruppe G hat

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns die Klassengleichung:

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|,$$

wobei x_i die Verterete von Konjugationsklassen sind.

- Korollar: jede p-Gruppe G hat $Z(G) \neq$

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns die Klassengleichung:

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|,$$

wobei x_i die Verterete von Konjugationsklassen sind.

- Korollar: jede p-Gruppe G hat $Z(G) \neq \{e\}$.

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns die Klassengleichung:

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|,$$

wobei x_i die Verterete von Konjugationsklassen sind.

- Korollar: jede p-Gruppe G hat $Z(G) \neq \{e\}$.
  - Jede

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns die Klassengleichung:

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|,$$

wobei x_i die Verterete von Konjugationsklassen sind.

- Korollar: jede p-Gruppe G hat $Z(G) \neq \{e\}$.
  - Jede endliche

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns die Klassengleichung:

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|,$$

wobei x_i die Verterete von Konjugationsklassen sind.

- Korollar: jede p-Gruppe G hat $Z(G) \neq \{e\}$.
  - Jede endliche p-Gruppe

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns die Klassengleichung:

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|,$$

wobei x_i die Verterete von Konjugationsklassen sind.

- Korollar: jede p-Gruppe G hat $Z(G) \neq \{e\}$.
  - Jede endliche p-Gruppe ist

- Anwendungen von Wirkungen:
  - S_3 ist die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.
  - Isometriegruppen von platonischen Körper.
- Wirkung von G auf sich selbst durch die Konjugation: $g.x := gxg^{-1}$ gibt uns die Klassengleichung:

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|,$$

wobei x_i die Verterete von Konjugationsklassen sind.

- Korollar: jede p-Gruppe G hat $Z(G) \neq \{e\}$.
  - Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Satz. (Cauchy)

Satz. (Cauchy)

Satz. (Cauchy) Sei

Satz. (Cauchy) Sei G

Satz. (Cauchy) Sei G eine

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$.

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

- der

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

- der einzige

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

- der einzige nichtriviale

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

- der einzige nichtriviale echte

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

- der einzige nichttriviale echte Normalteiler

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

- der einzige nichtriviale echte Normalteiler von

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

- der einzige nichtriviale echte Normalteiler von S_n,

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

- der einzige nichtriviale echte Normalteiler von S_n, $n \geqslant$

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

- der einzige nichtriviale echte Normalteiler von S_n, $n \geqslant 5$,

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

- der einzige nichtriviale echte Normalteiler von S_n, $n \geqslant 5$, ist

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

- der einzige nichtriviale echte Normalteiler von S_n, $n \geqslant 5$, ist A_n.

1. Wiederholung

2. Beispiele

3. Smith-Normalform

4. Semidirekte Produkte

5. Quaternionengruppe

- Jede

- Jede ganzzahlige

- Jede ganzzahlige Matrix

- Jede ganzzahlige Matrix $A \in$

- Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$

- Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt

- Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich

- Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch

- Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare

- Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen-

- Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV =$$

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D =$$

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1,$$

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots,$$

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r,$$

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0,$$

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots,$$

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in$

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n,$

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$,

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in$

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m,$

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0,$$

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform*

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von A.

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von A.

• Sei

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von A.

• Sei nun

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von A.

• Sei nun $L \leqslant$

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von A.

• Sei nun $L \leqslant \mathbb{Z}^n$

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von A.

• Sei nun $L \leqslant \mathbb{Z}^n$ von

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von A.

• Sei nun $L \leqslant \mathbb{Z}^n$ von $v_1,$

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von A.

• Sei nun $L \leqslant \mathbb{Z}^n$ von $v_1, \ldots,$

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von A.

• Sei nun $L \leqslant \mathbb{Z}^n$ von $v_1, \ldots, v_m$

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von A.

• Sei nun $L \leqslant \mathbb{Z}^n$ von $v_1, \ldots, v_m$ erzeugt.

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von A.

• Sei nun $L \leqslant \mathbb{Z}^n$ von $v_1, \ldots, v_m$ erzeugt.

• Erst

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von A.

• Sei nun $L \leqslant \mathbb{Z}^n$ von $v_1, \ldots, v_m$ erzeugt.

• Erst erklären

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von A.

• Sei nun $L \leqslant \mathbb{Z}^n$ von $v_1, \ldots, v_m$ erzeugt.

• Erst erklären wir,

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von A.

• Sei nun $L \leqslant \mathbb{Z}^n$ von $v_1, \ldots, v_m$ erzeugt.

• Erst erklären wir, wie

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von A.

• Sei nun $L \leqslant \mathbb{Z}^n$ von $v_1, \ldots, v_m$ erzeugt.

• Erst erklären wir, wie die

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von A.

• Sei nun $L \leqslant \mathbb{Z}^n$ von $v_1, \ldots, v_m$ erzeugt.

• Erst erklären wir, wie die Smith-Normalform

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von A.

• Sei nun $L \leqslant \mathbb{Z}^n$ von $v_1, \ldots, v_m$ erzeugt.

• Erst erklären wir, wie die Smith-Normalform hilft

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von A.

• Sei nun $L \leqslant \mathbb{Z}^n$ von $v_1, \ldots, v_m$ erzeugt.

• Erst erklären wir, wie die Smith-Normalform hilft uns

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von A.

• Sei nun $L \leqslant \mathbb{Z}^n$ von $v_1, \ldots, v_m$ erzeugt.

• Erst erklären wir, wie die Smith-Normalform hilft uns die

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von A.

• Sei nun $L \leqslant \mathbb{Z}^n$ von $v_1, \ldots, v_m$ erzeugt.

• Erst erklären wir, wie die Smith-Normalform hilft uns die endlicherzeugten

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von A.

• Sei nun $L \leqslant \mathbb{Z}^n$ von $v_1, \ldots, v_m$ erzeugt.

• Erst erklären wir, wie die Smith-Normalform hilft uns die endlicherzeugten abelschen

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von A.

• Sei nun $L \leqslant \mathbb{Z}^n$ von $v_1, \ldots, v_m$ erzeugt.

• Erst erklären wir, wie die Smith-Normalform hilft uns die endlicherzeugten abelschen Gruppen

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von A.

• Sei nun $L \leqslant \mathbb{Z}^n$ von $v_1, \ldots, v_m$ erzeugt.

• Erst erklären wir, wie die Smith-Normalform hilft uns die endlicherzeugten abelschen Gruppen zu

• Jede ganzzahlige Matrix $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ lässt sich durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen über $\mathbb{Z}$ in eine Diagonalmatrix überführen:

$$UAV = D = \operatorname{diag}(d_1, \ldots, d_r, 0, \ldots, 0),$$

wobei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$ und

$$d_i > 0, \qquad d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_r.$$

Dies heißt die *Smith-Normalform* von A.

• Sei nun $L \leqslant \mathbb{Z}^n$ von $v_1, \ldots, v_m$ erzeugt.

• Erst erklären wir, wie die Smith-Normalform hilft uns die endlicherzeugten abelschen Gruppen zu verstehen.

- Ubung:

- Ubung: Sei

- Ubung: Sei α:

- Ubung: Sei $\alpha \colon G \to$

- Ubung: Sei $\alpha \colon G \to G$

- Ubung: Sei $\alpha \colon G \to G$ ein

- Ubung: Sei $\alpha \colon G \to G$ ein Automorphismus,

- Ubung: Sei $\alpha \colon G \to G$ ein Automorphismus, und

- Ubung: Sei $\alpha \colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei

- Ubung: Sei $\alpha \colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$.

- Ubung: Sei $\alpha \colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann

- Ubung: Sei $\alpha \colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong$

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma.

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in$

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1,$

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots,$

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L :=$

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1,$

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots,$

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m \rangle \leqslant$

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m \rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m \rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in$

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m \rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n,$

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$,

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, seien

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, seien $w_1,$

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots,$

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M :=$

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1,$

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots,$

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n,\mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $\mathbb{Z}^n/L \cong$

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n,\mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/M$.

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n,\mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/M$.

Beweis.

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n,\mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/M$.

Beweis. • Die

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n,\mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/M$.

Beweis. • Die Matrix

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n,\mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/M$.

Beweis. • Die Matrix U

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n,\mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/M$.

Beweis. • Die Matrix U definiert

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n,\mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/M$.

Beweis. • Die Matrix U definiert einen

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n,\mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/M$.

Beweis. • Die Matrix U definiert einen Automorphismus

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n,\mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/M$.

Beweis. • Die Matrix U definiert einen Automorphismus von

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n,\mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/M$.

Beweis. • Die Matrix U definiert einen Automorphismus von $\mathbb{Z}^n$,

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n,\mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/M$.

Beweis. • Die Matrix U definiert einen Automorphismus von $\mathbb{Z}^n$, der

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n,\mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/M$.

Beweis. • Die Matrix U definiert einen Automorphismus von $\mathbb{Z}^n$, der L

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n,\mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/M$.

Beweis. • Die Matrix U definiert einen Automorphismus von $\mathbb{Z}^n$, der L auf

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n,\mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/M$.

Beweis. • Die Matrix U definiert einen Automorphismus von $\mathbb{Z}^n$, der L auf M

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n,\mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/M$.

Beweis. • Die Matrix U definiert einen Automorphismus von $\mathbb{Z}^n$, der L auf M abbildet.

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n,\mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/M$.

Beweis. • Die Matrix U definiert einen Automorphismus von $\mathbb{Z}^n$, der L auf M abbildet.

- dieser

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n,\mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/M$.

Beweis. • Die Matrix U definiert einen Automorphismus von $\mathbb{Z}^n$, der L auf M abbildet.

- dieser induziert

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n,\mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/M$.

Beweis. • Die Matrix U definiert einen Automorphismus von $\mathbb{Z}^n$, der L auf M abbildet.

- dieser induziert einen

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n,\mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/M$.

Beweis. • Die Matrix U definiert einen Automorphismus von $\mathbb{Z}^n$, der L auf M abbildet.

• dieser induziert einen Isomorphismus

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n,\mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/M$.

Beweis. • Die Matrix U definiert einen Automorphismus von $\mathbb{Z}^n$, der L auf M abbildet.

- dieser induziert einen Isomorphismus $\mathbb{Z}^n/L \to$

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n,\mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/M$.

Beweis. • Die Matrix U definiert einen Automorphismus von $\mathbb{Z}^n$, der L auf M abbildet.

- dieser induziert einen Isomorphismus $\mathbb{Z}^n/L \to \mathbb{Z}^n/M$.

- Ubung: Sei $\alpha\colon G \to G$ ein Automorphismus, und sei $N \triangle G$. Dann $G/N \cong G/\alpha(N)$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $U \in \mathrm{GL}(n,\mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von UA und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/M$.

Beweis. • Die Matrix U definiert einen Automorphismus von $\mathbb{Z}^n$, der L auf M abbildet.

• dieser induziert einen Isomorphismus $\mathbb{Z}^n/L \to \mathbb{Z}^n/M$. □

Lemma.

Lemma. Sei

Lemma. Sei $A \in$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1,$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots,$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L :=$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1,$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots,$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m \rangle \leqslant$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m \rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m \rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m \rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m \rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m,$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m \rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$,

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m \rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m \rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1,$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m \rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots,$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m \rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m \rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m \rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m \rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M :=$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$. Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1,$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots,$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L =$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der Spalten

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der Spalten von

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der Spalten von A.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der Spalten von A. Also

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der Spalten von A. Also gilt

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der Spalten von A. Also gilt $M \subseteq$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der Spalten von A. Also gilt $M \subseteq L$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der Spalten von A. Also gilt $M \subseteq L$.

• Wegen

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der Spalten von A. Also gilt $M \subseteq L$.

• Wegen $A =$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der Spalten von A. Also gilt $M \subseteq L$.

• Wegen $A = (AV)V^{-1}$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der Spalten von A. Also gilt $M \subseteq L$.

• Wegen $A = (AV)V^{-1}$ gilt

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der Spalten von A. Also gilt $M \subseteq L$.

• Wegen $A = (AV)V^{-1}$ gilt ebenso

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der Spalten von A. Also gilt $M \subseteq L$.

• Wegen $A = (AV)V^{-1}$ gilt ebenso $L \subseteq$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der Spalten von A. Also gilt $M \subseteq L$.

• Wegen $A = (AV)V^{-1}$ gilt ebenso $L \subseteq M$.

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der Spalten von A. Also gilt $M \subseteq L$.

• Wegen $A = (AV)V^{-1}$ gilt ebenso $L \subseteq M$. □

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der Spalten von A. Also gilt $M \subseteq L$.

- Wegen $A = (AV)V^{-1}$ gilt ebenso $L \subseteq M$. □
- Daher

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der Spalten von A. Also gilt $M \subseteq L$.

- Wegen $A = (AV)V^{-1}$ gilt ebenso $L \subseteq M$. □
- Daher SNF

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der Spalten von A. Also gilt $M \subseteq L$.

- Wegen $A = (AV)V^{-1}$ gilt ebenso $L \subseteq M$. □
- Daher SNF zeigt

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der Spalten von A. Also gilt $M \subseteq L$.

• Wegen $A = (AV)V^{-1}$ gilt ebenso $L \subseteq M$. □

• Daher SNF zeigt uns:

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der Spalten von A. Also gilt $M \subseteq L$.

• Wegen $A = (AV)V^{-1}$ gilt ebenso $L \subseteq M$. □

• Daher SNF zeigt uns:

$$\mathbb{Z}^n/L \cong$$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der Spalten von A. Also gilt $M \subseteq L$.

• Wegen $A = (AV)V^{-1}$ gilt ebenso $L \subseteq M$. □

• Daher SNF zeigt uns:

$$\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/\langle d_1 e_1,$$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der Spalten von A. Also gilt $M \subseteq L$.

• Wegen $A = (AV)V^{-1}$ gilt ebenso $L \subseteq M$. □

• Daher SNF zeigt uns:

$$\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/\langle d_1e_1, \ldots,$$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der Spalten von A. Also gilt $M \subseteq L$.

• Wegen $A = (AV)V^{-1}$ gilt ebenso $L \subseteq M$. □

• Daher SNF zeigt uns:

$$\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/\langle d_1e_1, \ldots, d_re_r\rangle \cong$$

Lemma. Sei $A \in M_{n\times m}(\mathbb{Z})$ mit Spalten $v_1, \ldots, v_m$ und $L := \langle v_1, \ldots, v_m\rangle \leqslant \mathbb{Z}^n$.
Sei $V \in \mathrm{GL}(m, \mathbb{Z})$, seien $w_1, \ldots, w_m$ die Spalten von AV und $M := \langle w_1, \ldots, w_m\rangle$.
Dann gilt $L = M$.

Beweis. • Die Spalten von AV sind ganzzahlige Linearkombinationen der Spalten von A. Also gilt $M \subseteq L$.

• Wegen $A = (AV)V^{-1}$ gilt ebenso $L \subseteq M$. □

• Daher SNF zeigt uns:

$$\mathbb{Z}^n/L \cong \mathbb{Z}^n/\langle d_1e_1, \ldots, d_re_r\rangle \cong \mathbb{Z}/d_1 \times \cdots \times \mathbb{Z}/d_r \times \mathbb{Z}^{n-r}.$$

- Jetzt

- Jetzt beweisen

- Jetzt beweisen wir

- Jetzt beweisen wir dass

- Jetzt beweisen wir dass SNF

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen-

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq$

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,$

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1, 1)$.

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1, 1)$.
  - Mit dem

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1, 1)$.
  - Mit dem euklidischen

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1, 1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1, 1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1, 1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1, 1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1, 1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1, 1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1, 1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1, 1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren:

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a,

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a, oder

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1, 1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a, oder wir

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a, oder wir erhalten

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a, oder wir erhalten durch

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a, oder wir erhalten durch Division

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a, oder wir erhalten durch Division mit

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1, 1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a, oder wir erhalten durch Division mit Rest

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a, oder wir erhalten durch Division mit Rest einen

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a, oder wir erhalten durch Division mit Rest einen neuen

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a, oder wir erhalten durch Division mit Rest einen neuen Eintrag

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a, oder wir erhalten durch Division mit Rest einen neuen Eintrag a

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a, oder wir erhalten durch Division mit Rest einen neuen Eintrag a mit

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a, oder wir erhalten durch Division mit Rest einen neuen Eintrag a mit kleinerem

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a, oder wir erhalten durch Division mit Rest einen neuen Eintrag a mit kleinerem Betrag.

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a, oder wir erhalten durch Division mit Rest einen neuen Eintrag a mit kleinerem Betrag.
  - Wiederholung

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a, oder wir erhalten durch Division mit Rest einen neuen Eintrag a mit kleinerem Betrag.
  - Wiederholung und

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1, 1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a, oder wir erhalten durch Division mit Rest einen neuen Eintrag a mit kleinerem Betrag.
  - Wiederholung und Induktion

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1, 1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a, oder wir erhalten durch Division mit Rest einen neuen Eintrag a mit kleinerem Betrag.
  - Wiederholung und Induktion auf

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1, 1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a, oder wir erhalten durch Division mit Rest einen neuen Eintrag a mit kleinerem Betrag.
  - Wiederholung und Induktion auf die

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1, 1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a, oder wir erhalten durch Division mit Rest einen neuen Eintrag a mit kleinerem Betrag.
  - Wiederholung und Induktion auf die verbleibende

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a, oder wir erhalten durch Division mit Rest einen neuen Eintrag a mit kleinerem Betrag.
  - Wiederholung und Induktion auf die verbleibende Matrix

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a, oder wir erhalten durch Division mit Rest einen neuen Eintrag a mit kleinerem Betrag.
  - Wiederholung und Induktion auf die verbleibende Matrix liefern

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a, oder wir erhalten durch Division mit Rest einen neuen Eintrag a mit kleinerem Betrag.
  - Wiederholung und Induktion auf die verbleibende Matrix liefern eine

- Jetzt beweisen wir dass SNF existiert.
- Wir verwenden elementare ganzzahlige Zeilen- und Spaltenoperationen.
- Zunächst bringen wir A auf Diagonalform:
  - Wähle einen Eintrag $a \neq 0$ und bringe ihn an die Position $(1,1)$.
  - Mit dem euklidischen Algorithmus können wir alle anderen Einträge in der ersten Zeile und Spalte eliminieren: Entweder ist ein Eintrag ein Vielfaches von a, oder wir erhalten durch Division mit Rest einen neuen Eintrag a mit kleinerem Betrag.
  - Wiederholung und Induktion auf die verbleibende Matrix liefern eine Diagonalmatrix.

- Jetzt

- Jetzt möchten

- Jetzt möchten wir

- Jetzt möchten wir die

- Jetzt möchten wir die Teilbarkeit

- Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der

- Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement

- Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten.

- Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für

- Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für a,

- Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & \\ & \end{pmatrix}$$

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & \end{pmatrix}$$

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim$$

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) \\ \end{pmatrix}$$

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \end{pmatrix}$$

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

- Dazu

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

- Dazu addieren

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

- Dazu addieren wir

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

- Dazu addieren wir die

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

- Dazu addieren wir die zweite

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

- Dazu addieren wir die zweite Zeile

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

- Dazu addieren wir die zweite Zeile zur

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

- Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten,

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

- Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

- Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

- Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an,

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,$

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,$

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment,

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls $d_1 \nmid d_i$,

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls $d_1 \nmid d_i$, ersetzen

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls $d_1 \nmid d_i$, ersetzen wir

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls $d_1 \nmid d_i$, ersetzen wir diese

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls $d_1 \nmid d_i$, ersetzen wir diese beiden

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls $d_1 \nmid d_i$, ersetzen wir diese beiden Diagonaleinträge

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls $d_1 \nmid d_i$, ersetzen wir diese beiden Diagonaleinträge durch

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls $d_1 \nmid d_i$, ersetzen wir diese beiden Diagonaleinträge durch ihren

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls $d_1 \nmid d_i$, ersetzen wir diese beiden Diagonaleinträge durch ihren ggT

- Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

  - Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

- Falls $d_1 \nmid d_i$, ersetzen wir diese beiden Diagonaleinträge durch ihren ggT und

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls $d_1 \nmid d_i$, ersetzen wir diese beiden Diagonaleinträge durch ihren ggT und ihr

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls $d_1 \nmid d_i$, ersetzen wir diese beiden Diagonaleinträge durch ihren ggT und ihr kgV.

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls $d_1 \nmid d_i$, ersetzen wir diese beiden Diagonaleinträge durch ihren ggT und ihr kgV. Am

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls $d_1 \nmid d_i$, ersetzen wir diese beiden Diagonaleinträge durch ihren ggT und ihr kgV. Am Ende

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls $d_1 \nmid d_i$, ersetzen wir diese beiden Diagonaleinträge durch ihren ggT und ihr kgV. Am Ende teilt

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls $d_1 \nmid d_i$, ersetzen wir diese beiden Diagonaleinträge durch ihren ggT und ihr kgV. Am Ende teilt d_1

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls $d_1 \nmid d_i$, ersetzen wir diese beiden Diagonaleinträge durch ihren ggT und ihr kgV. Am Ende teilt d_1 alle

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls $d_1 \nmid d_i$, ersetzen wir diese beiden Diagonaleinträge durch ihren ggT und ihr kgV. Am Ende teilt d_1 alle andere

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls $d_1 \nmid d_i$, ersetzen wir diese beiden Diagonaleinträge durch ihren ggT und ihr kgV. Am Ende teilt d_1 alle andere Diagonaleinträge,

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls $d_1 \nmid d_i$, ersetzen wir diese beiden Diagonaleinträge durch ihren ggT und ihr kgV. Am Ende teilt d_1 alle andere Diagonaleinträge, und

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls $d_1 \nmid d_i$, ersetzen wir diese beiden Diagonaleinträge durch ihren ggT und ihr kgV. Am Ende teilt d_1 alle andere Diagonaleinträge, und wir

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls $d_1 \nmid d_i$, ersetzen wir diese beiden Diagonaleinträge durch ihren ggT und ihr kgV. Am Ende teilt d_1 alle andere Diagonaleinträge, und wir handelnd

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls $d_1 \nmid d_i$, ersetzen wir diese beiden Diagonaleinträge durch ihren ggT und ihr kgV. Am Ende teilt d_1 alle andere Diagonaleinträge, und wir handelnd d_2

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls $d_1 \nmid d_i$, ersetzen wir diese beiden Diagonaleinträge durch ihren ggT und ihr kgV. Am Ende teilt d_1 alle andere Diagonaleinträge, und wir handelnd d_2 usw.

• Jetzt möchten wir die Teilbarkeit der Diagonalelement gewährleisten. Für $a, b > 0$ gilt durch elementare Operationen:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \mathrm{ggT}(a,b) & 0 \\ 0 & \mathrm{kgV}(a,b) \end{pmatrix}.$$

► Dazu addieren wir die zweite Zeile zur ersten, wenden den euklidischen Algorithmus auf die erste Zeile an, um $\mathrm{ggT}(a,b)$ auf der Position $(1,1)$ zu bekomment, dann eliminieren wir die nichtdiagonalen Positionen.

• Falls $d_1 \nmid d_i$, ersetzen wir diese beiden Diagonaleinträge durch ihren ggT und ihr kgV. Am Ende teilt d_1 alle andere Diagonaleinträge, und wir handelnd d_2 usw. ähnlich.

1. Wiederholung

2. Beispiele

3. Smith-Normalform

4. Semidirekte Produkte

5. Quaternionengruppe

- Wir

- Wir möchten

- Wir möchten eine

- Wir möchten eine Situation

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen,

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits

• Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach

• Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen

• Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei

• Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.

• Sei G

• Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.

• Sei G eine

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen N,

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant$

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$,

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A =$

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in$

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$

• Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.

• Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als

• Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.

• Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g =$

• Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.

• Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit

• Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.

• Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in$

• Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.

• Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$,

• Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.

• Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

  ▶ $N \trianglelefteq G$,

  ▶ $N \cap A = \{e\}$,

  ▶ jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in$

• Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.

• Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$

• Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.

• Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben

• Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.

• Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.

- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt*

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A.

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise:

• Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.

• Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

- $N \trianglelefteq G$,
- $N \cap A = \{e\}$,
- jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.

• In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise: $G =$

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise: $G = N \rtimes A$.

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise: $G = N \rtimes A$.
- Die

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise: $G = N \rtimes A$.
- Die Diedergruppe:

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise: $G = N \rtimes A$.
- Die Diedergruppe:

$$D_n =$$

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise: $G = N \rtimes A$.
- Die Diedergruppe:

$$D_n = \underbrace{\langle r \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/n} \rtimes \underbrace{\langle s \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/2}.$$

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise: $G = N \rtimes A$.
- Die Diedergruppe:

$$D_n = \underbrace{\langle r \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/n} \rtimes \underbrace{\langle s \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/2}.$$

  - Wir

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise: $G = N \rtimes A$.
- Die Diedergruppe:

$$D_n = \underbrace{\langle r \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/n} \rtimes \underbrace{\langle s \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/2}.$$

  - Wir haben:

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise: $G = N \rtimes A$.
- Die Diedergruppe:

$$D_n = \underbrace{\langle r \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/n} \rtimes \underbrace{\langle s \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/2}.$$

  - Wir haben: $srs =$

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise: $G = N \rtimes A$.
- Die Diedergruppe:

$$D_n = \underbrace{\langle r \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/n} \rtimes \underbrace{\langle s \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/2}.$$

  - Wir haben: $srs = r^{-1}$,

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise: $G = N \rtimes A$.
- Die Diedergruppe:

$$D_n = \underbrace{\langle r \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/n} \rtimes \underbrace{\langle s \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/2}.$$

  - Wir haben: $srs = r^{-1}$, jedes

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise: $G = N \rtimes A$.
- Die Diedergruppe:

$$D_n = \underbrace{\langle r \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/n} \rtimes \underbrace{\langle s \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/2}.$$

  - Wir haben: $srs = r^{-1}$, jedes Element

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise: $G = N \rtimes A$.
- Die Diedergruppe:

$$D_n = \underbrace{\langle r \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/n} \rtimes \underbrace{\langle s \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/2}.$$

  - Wir haben: $srs = r^{-1}$, jedes Element ist

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise: $G = N \rtimes A$.
- Die Diedergruppe:

$$D_n = \underbrace{\langle r \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/n} \rtimes \underbrace{\langle s \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/2}.$$

  - Wir haben: $srs = r^{-1}$, jedes Element ist der

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise: $G = N \rtimes A$.
- Die Diedergruppe:

$$D_n = \underbrace{\langle r \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/n} \rtimes \underbrace{\langle s \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/2}.$$

  - Wir haben: $srs = r^{-1}$, jedes Element ist der Form

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise: $G = N \rtimes A$.
- Die Diedergruppe:

$$D_n = \underbrace{\langle r \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/n} \rtimes \underbrace{\langle s \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/2}.$$

  - Wir haben: $srs = r^{-1}$, jedes Element ist der Form sr^k.

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise: $G = N \rtimes A$.
- Die Diedergruppe:

$$D_n = \underbrace{\langle r \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/n} \rtimes \underbrace{\langle s \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/2}.$$

  - Wir haben: $srs = r^{-1}$, jedes Element ist der Form sr^k.
- Die

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise: $G = N \rtimes A$.
- Die Diedergruppe:

$$D_n = \underbrace{\langle r \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/n} \rtimes \underbrace{\langle s \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/2}.$$

  - Wir haben: $srs = r^{-1}$, jedes Element ist der Form sr^k.
- Die symmetrische

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise: $G = N \rtimes A$.
- Die Diedergruppe:

$$D_n = \underbrace{\langle r \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/n} \rtimes \underbrace{\langle s \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/2}.$$

  - Wir haben: $srs = r^{-1}$, jedes Element ist der Form sr^k.
- Die symmetrische Gruppe

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.

- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.

- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise: $G = N \rtimes A$.

- Die Diedergruppe:

$$D_n = \underbrace{\langle r \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/n} \rtimes \underbrace{\langle s \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/2}.$$

  - Wir haben: $srs = r^{-1}$, jedes Element ist der Form sr^k.

- Die symmetrische Gruppe ($n \geqslant$

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise: $G = N \rtimes A$.
- Die Diedergruppe:

$$D_n = \underbrace{\langle r \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/n} \rtimes \underbrace{\langle s \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/2}.$$

  - Wir haben: $srs = r^{-1}$, jedes Element ist der Form sr^k.
- Die symmetrische Gruppe ($n \geqslant 2$):

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise: $G = N \rtimes A$.
- Die Diedergruppe:

$$D_n = \underbrace{\langle r \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/n} \rtimes \underbrace{\langle s \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/2}.$$

  - Wir haben: $srs = r^{-1}$, jedes Element ist der Form sr^k.
- Die symmetrische Gruppe ($n \geqslant 2$): $S_n =$

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise: $G = N \rtimes A$.
- Die Diedergruppe:

$$D_n = \underbrace{\langle r \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/n} \rtimes \underbrace{\langle s \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/2}.$$

  - Wir haben: $srs = r^{-1}$, jedes Element ist der Form sr^k.
- Die symmetrische Gruppe ($n \geqslant 2$): $S_n = A_n \rtimes \langle (1$

- Wir möchten eine Situation verallgemeinern und benennen, die wir bereits mehrfach gesehen haben.
- Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass
  - $N \trianglelefteq G$,
  - $N \cap A = \{e\}$,
  - jedes $g \in G$ als $g = na$ mit $n \in N$, $a \in A$ geschrieben werden kann.
- In dieser Situation heißt G das *semidirekte Produkt* von N und A. Schreibweise: $G = N \rtimes A$.
- Die Diedergruppe:

$$D_n = \underbrace{\langle r \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/n} \rtimes \underbrace{\langle s \rangle}_{\cong \mathbb{Z}/2}.$$

  - Wir haben: $srs = r^{-1}$, jedes Element ist der Form sr^k.
- Die symmetrische Gruppe ($n \geqslant 2$): $S_n = A_n \rtimes \langle (1\,2) \rangle$.

- Seien

- Seien $N,$

- Seien N, A

- Seien N, A Gruppen

- Seien N, A Gruppen und

- Seien N, A Gruppen und α:

- Seien N, A Gruppen und $\alpha \colon A \to$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha \colon A \to \mathrm{Aut}(N)$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha \colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein

- Seien N, A Gruppen und $\alpha \colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus.

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n :=$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren

- Seien N, A Gruppen und $\alpha \colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

- Seien N, A Gruppen und $\alpha \colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n,$$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m,$$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) :=$$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m),$$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma.

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis.

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n,$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m,$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a,$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b,$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt

$((n,$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m,$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m, b))(k,$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m, b))(k, c) =$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m, b))(k, c) = (n(a.m),$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m, b))(k, c) = (n(a.m), ab)(k,$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m, b))(k, c) = (n(a.m), ab)(k, c) =$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m, b))(k, c) = (n(a.m), ab)(k, c) = (n(a.m)(ab.k),$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m, b))(k, c) = (n(a.m), ab)(k, c) = (n(a.m)(ab.k), abc)$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt $((n, a)(m, b))(k, c) = (n(a.m), ab)(k, c) = (n(a.m)(ab.k), abc)$ und

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m, b))(k, c) = (n(a.m), ab)(k, c) = (n(a.m)(ab.k), abc)$ und
$(n,$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m, b))(k, c) = (n(a.m), ab)(k, c) = (n(a.m)(ab.k), abc)$ und
$(n, a)((m,$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m, b))(k, c) = (n(a.m), ab)(k, c) = (n(a.m)(ab.k), abc)$ und
$(n, a)((m, b)(k,$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m, b))(k, c) = (n(a.m), ab)(k, c) = (n(a.m)(ab.k), abc)$ und
$(n, a)((m, b)(k, c)) =$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m, b))(k, c) = (n(a.m), ab)(k, c) = (n(a.m)(ab.k), abc)$ und
$(n, a)((m, b)(k, c)) = (n,$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m, b))(k, c) = (n(a.m), ab)(k, c) = (n(a.m)(ab.k), abc)$ und
$(n, a)((m, b)(k, c)) = (n, a)(m(b.k),$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m, b))(k, c) = (n(a.m), ab)(k, c) = (n(a.m)(ab.k), abc)$ und
$(n, a)((m, b)(k, c)) = (n, a)(m(b.k), bc) =$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m, b))(k, c) = (n(a.m), ab)(k, c) = (n(a.m)(ab.k), abc)$ und
$(n, a)((m, b)(k, c)) = (n, a)(m(b.k), bc) = (n(a.(m(b.k))),$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m, b))(k, c) = (n(a.m), ab)(k, c) = (n(a.m)(ab.k), abc)$ und
$(n, a)((m, b)(k, c)) = (n, a)(m(b.k), bc) = (n(a.(m(b.k))), abc)$.

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m, b))(k, c) = (n(a.m), ab)(k, c) = (n(a.m)(ab.k), abc)$ und
$(n, a)((m, b)(k, c)) = (n, a)(m(b.k), bc) = (n(a.(m(b.k))), abc)$.

Aber

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m, b))(k, c) = (n(a.m), ab)(k, c) = (n(a.m)(ab.k), abc)$ und
$(n, a)((m, b)(k, c)) = (n, a)(m(b.k), bc) = (n(a.(m(b.k))), abc)$.

Aber $a.(m(b.k)) =$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m, b))(k, c) = (n(a.m), ab)(k, c) = (n(a.m)(ab.k), abc)$ und
$(n, a)((m, b)(k, c)) = (n, a)(m(b.k), bc) = (n(a.(m(b.k))), abc)$.

Aber $a.(m(b.k)) = (a.m)(ab.k)$

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m, b))(k, c) = (n(a.m), ab)(k, c) = (n(a.m)(ab.k), abc)$ und
$(n, a)((m, b)(k, c)) = (n, a)(m(b.k), bc) = (n(a.(m(b.k))), abc)$.

Aber $a.(m(b.k)) = (a.m)(ab.k)$ und

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m, b))(k, c) = (n(a.m), ab)(k, c) = (n(a.m)(ab.k), abc)$ und
$(n, a)((m, b)(k, c)) = (n, a)(m(b.k), bc) = (n(a.(m(b.k))), abc)$.

Aber $a.(m(b.k)) = (a.m)(ab.k)$ und die

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m, b))(k, c) = (n(a.m), ab)(k, c) = (n(a.m)(ab.k), abc)$ und
$(n, a)((m, b)(k, c)) = (n, a)(m(b.k), bc) = (n(a.(m(b.k))), abc)$.

Aber $a.(m(b.k)) = (a.m)(ab.k)$ und die Aussage

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m, b))(k, c) = (n(a.m), ab)(k, c) = (n(a.m)(ab.k), abc)$ und
$(n, a)((m, b)(k, c)) = (n, a)(m(b.k), bc) = (n(a.(m(b.k))), abc)$.

Aber $a.(m(b.k)) = (a.m)(ab.k)$ und die Aussage folgt.

- Seien N, A Gruppen und $\alpha\colon A \to \mathrm{Aut}(N)$ ein Homomorphismus. Wir schreiben $a.n := \alpha(a)(n)$.
- Auf der Menge $N \times A$ definieren wir die Multiplikation

$$(n, a)(m, b) := (n(a.m), ab).$$

Lemma. Diese Multiplikation ist assoziativ.

Beweis. • Für $n, m, k \in N$ und $a, b, c \in A$ gilt
$((n, a)(m, b))(k, c) = (n(a.m), ab)(k, c) = (n(a.m)(ab.k), abc)$ und
$(n, a)((m, b)(k, c)) = (n, a)(m(b.k), bc) = (n(a.(m(b.k))), abc)$.

Aber $a.(m(b.k)) = (a.m)(ab.k)$ und die Aussage folgt. □

- Das

- Das neutrale

- Das neutrale Element

- Das neutrale Element ist

- Das neutrale Element ist $(e_N,$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A):

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N,$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x,$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) =$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x),$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) =$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x,$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von $(n,$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a)

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1},$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$:

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n,$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1},$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) =$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N,$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt*

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$.

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N,

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$.

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt

$$(e_N,$$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt

$$(e_N, a)(n,$$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt

$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N,$$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt

$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} =$$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt

$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n,$$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt

$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel:

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N =$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A =$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die Wirkung

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die Wirkung durch

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die Wirkung durch
$$[0].x =$$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die Wirkung durch
$$[0].x = x,$$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die Wirkung durch
$$[0].x = x, \qquad [1].x =$$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die Wirkung durch
$$[0].x = x, \qquad [1].x = -x.$$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die Wirkung durch
$$[0].x = x, \qquad [1].x = -x.$$
  Dann

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt

$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$

- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die Wirkung durch

$$[0].x = x, \qquad [1].x = -x.$$

  Dann gilt

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die Wirkung durch
$$[0].x = x, \qquad [1].x = -x.$$
  Dann gilt
$$(\mathbb{Z}/n) \rtimes (\mathbb{Z}/2) \cong$$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt

$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$

- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die Wirkung durch

$$[0].x = x, \qquad [1].x = -x.$$

  Dann gilt

$$(\mathbb{Z}/n) \rtimes (\mathbb{Z}/2) \cong D_n,$$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt

$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$

- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die Wirkung durch

$$[0].x = x, \qquad [1].x = -x.$$

  Dann gilt

$$(\mathbb{Z}/n) \rtimes (\mathbb{Z}/2) \cong D_n,$$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die Wirkung durch
$$[0].x = x, \qquad [1].x = -x.$$
  Dann gilt
$$(\mathbb{Z}/n) \rtimes (\mathbb{Z}/2) \cong D_n,$$
  wobei

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die Wirkung durch
$$[0].x = x, \qquad [1].x = -x.$$
  Dann gilt
$$(\mathbb{Z}/n) \rtimes (\mathbb{Z}/2) \cong D_n,$$
  wobei $([k],$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt

$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$

- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die Wirkung durch

$$[0].x = x, \qquad [1].x = -x.$$

  Dann gilt

$$(\mathbb{Z}/n) \rtimes (\mathbb{Z}/2) \cong D_n,$$

  wobei $([k], [0])$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die Wirkung durch
$$[0].x = x, \qquad [1].x = -x.$$
  Dann gilt
$$(\mathbb{Z}/n) \rtimes (\mathbb{Z}/2) \cong D_n,$$
  wobei $([k], [0])$ der

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die Wirkung durch
$$[0].x = x, \qquad [1].x = -x.$$
  Dann gilt
$$(\mathbb{Z}/n) \rtimes (\mathbb{Z}/2) \cong D_n,$$
  wobei $([k], [0])$ der Drehung

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt

$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$

- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die Wirkung durch

$$[0].x = x, \qquad [1].x = -x.$$

  Dann gilt

$$(\mathbb{Z}/n) \rtimes (\mathbb{Z}/2) \cong D_n,$$

  wobei $([k], [0])$ der Drehung r^k

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die Wirkung durch
$$[0].x = x, \qquad [1].x = -x.$$
  Dann gilt
$$(\mathbb{Z}/n) \rtimes (\mathbb{Z}/2) \cong D_n,$$
  wobei $([k], [0])$ der Drehung r^k und

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die Wirkung durch
$$[0].x = x, \qquad [1].x = -x.$$
  Dann gilt
$$(\mathbb{Z}/n) \rtimes (\mathbb{Z}/2) \cong D_n,$$
  wobei $([k], [0])$ der Drehung r^k und $([0],$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt

$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$

- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die Wirkung durch

$$[0].x = x, \qquad [1].x = -x.$$

  Dann gilt

$$(\mathbb{Z}/n) \rtimes (\mathbb{Z}/2) \cong D_n,$$

  wobei $([k], [0])$ der Drehung r^k und $([0], [1])$

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die Wirkung durch
$$[0].x = x, \qquad [1].x = -x.$$
  Dann gilt
$$(\mathbb{Z}/n) \rtimes (\mathbb{Z}/2) \cong D_n,$$
  wobei $([k], [0])$ der Drehung r^k und $([0], [1])$ der

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die Wirkung durch
$$[0].x = x, \qquad [1].x = -x.$$
  Dann gilt
$$(\mathbb{Z}/n) \rtimes (\mathbb{Z}/2) \cong D_n,$$
  wobei $([k], [0])$ der Drehung r^k und $([0], [1])$ der Spiegelung

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die Wirkung durch
$$[0].x = x, \qquad [1].x = -x.$$
  Dann gilt
$$(\mathbb{Z}/n) \rtimes (\mathbb{Z}/2) \cong D_n,$$
  wobei $([k], [0])$ der Drehung r^k und $([0], [1])$ der Spiegelung s

- Das neutrale Element ist (e_N, e_A): $(e_N, e_A)(x, y) = (e_n(e_A.x), e_A y) = (x, y)$.
- Das Inverse von (n, a) ist $(a^{-1}.n^{-1}, a^{-1})$: $(n, a) \cdot (a^{-1}.n^{-1}, a^{-1}) = (e_N, e_A)$.
- Die so definierte Gruppe heißt das *(äußere) semidirekte Produkt* $N \rtimes_\alpha A$. Es hängt von N, A und der Wirkung α ab.
- Wir identifizieren N mit $N \times \{e_A\}$ und A mit $\{e_N\} \times A$. Dann gilt
$$(e_N, a)(n, e_A)(e_N, a)^{-1} = (a.n, e_A).$$
- Die Wirkung von A auf N ist also genau die Konjugation im semidirekten Produkt.
  - Beispiel: Für $N = \mathbb{Z}/n$ und $A = \mathbb{Z}/2$ definieren wir die Wirkung durch
$$[0].x = x, \qquad [1].x = -x.$$
  Dann gilt
$$(\mathbb{Z}/n) \rtimes (\mathbb{Z}/2) \cong D_n,$$
  wobei $([k], [0])$ der Drehung r^k und $([0], [1])$ der Spiegelung s entspricht.

- Beispiel:

- Beispiel: eine

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung*

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) :=$$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b,$$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in$$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n,$$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}),$$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in$$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n,$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) :=$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n,$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal,

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}$$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b$$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} =$$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine Untergruppe

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine Untergruppe $L \cong$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine Untergruppe $L \cong \mathrm{GL}(n,$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine Untergruppe $L \cong \mathrm{GL}(n, \mathbb{K})$.

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine Untergruppe $L \cong \mathrm{GL}(n, \mathbb{K})$.
  - Es

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine Untergruppe $L \cong \mathrm{GL}(n, \mathbb{K})$.
  - Es gilt

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine Untergruppe $L \cong \mathrm{GL}(n, \mathbb{K})$.
  - Es gilt $T \cap L =$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine Untergruppe $L \cong \mathrm{GL}(n, \mathbb{K})$.
  - Es gilt $T \cap L = \{\mathrm{id}\}$.

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine Untergruppe $L \cong \mathrm{GL}(n, \mathbb{K})$.
  - Es gilt $T \cap L = \{\mathrm{id}\}$.
  - Jede

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine Untergruppe $L \cong \mathrm{GL}(n, \mathbb{K})$.
  - Es gilt $T \cap L = \{\mathrm{id}\}$.
  - Jede affine

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine Untergruppe $L \cong \mathrm{GL}(n, \mathbb{K})$.
  - Es gilt $T \cap L = \{\mathrm{id}\}$.
  - Jede affine Abbildung

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine Untergruppe $L \cong \mathrm{GL}(n, \mathbb{K})$.
  - Es gilt $T \cap L = \{\mathrm{id}\}$.
  - Jede affine Abbildung lässt

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine Untergruppe $L \cong \mathrm{GL}(n, \mathbb{K})$.
  - Es gilt $T \cap L = \{\mathrm{id}\}$.
  - Jede affine Abbildung lässt sich

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine Untergruppe $L \cong \mathrm{GL}(n, \mathbb{K})$.
  - Es gilt $T \cap L = \{\mathrm{id}\}$.
  - Jede affine Abbildung lässt sich eindeutig

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine Untergruppe $L \cong \mathrm{GL}(n, \mathbb{K})$.
  - Es gilt $T \cap L = \{\mathrm{id}\}$.
  - Jede affine Abbildung lässt sich eindeutig als

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine Untergruppe $L \cong \mathrm{GL}(n, \mathbb{K})$.
  - Es gilt $T \cap L = \{\mathrm{id}\}$.
  - Jede affine Abbildung lässt sich eindeutig als $f_{b,A} =$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine Untergruppe $L \cong \mathrm{GL}(n, \mathbb{K})$.
  - Es gilt $T \cap L = \{\mathrm{id}\}$.
  - Jede affine Abbildung lässt sich eindeutig als $f_{b,A} = t_b \circ A$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine Untergruppe $L \cong \mathrm{GL}(n, \mathbb{K})$.
  - Es gilt $T \cap L = \{\mathrm{id}\}$.
  - Jede affine Abbildung lässt sich eindeutig als $f_{b,A} = t_b \circ A$ schreiben.

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine Untergruppe $L \cong \mathrm{GL}(n, \mathbb{K})$.
  - Es gilt $T \cap L = \{\mathrm{id}\}$.
  - Jede affine Abbildung lässt sich eindeutig als $f_{b,A} = t_b \circ A$ schreiben.
- Also

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine Untergruppe $L \cong \mathrm{GL}(n, \mathbb{K})$.
  - Es gilt $T \cap L = \{\mathrm{id}\}$.
  - Jede affine Abbildung lässt sich eindeutig als $f_{b,A} = t_b \circ A$ schreiben.
- Also ist

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine Untergruppe $L \cong \mathrm{GL}(n, \mathbb{K})$.
  - Es gilt $T \cap L = \{\mathrm{id}\}$.
  - Jede affine Abbildung lässt sich eindeutig als $f_{b,A} = t_b \circ A$ schreiben.
- Also ist

$$\mathrm{Aff}(n,$$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine Untergruppe $L \cong \mathrm{GL}(n, \mathbb{K})$.
  - Es gilt $T \cap L = \{\mathrm{id}\}$.
  - Jede affine Abbildung lässt sich eindeutig als $f_{b,A} = t_b \circ A$ schreiben.
- Also ist

$$\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K}) \cong$$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine Untergruppe $L \cong \mathrm{GL}(n, \mathbb{K})$.
  - Es gilt $T \cap L = \{\mathrm{id}\}$.
  - Jede affine Abbildung lässt sich eindeutig als $f_{b,A} = t_b \circ A$ schreiben.
- Also ist

$$\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K}) \cong \mathbb{K}^n \rtimes \mathrm{GL}(n,$$

- Beispiel: eine *invertierbare affine Abbildung* von $\mathbb{K}^n$ ist eine Abbildung der Form

$$f_{b,A}(x) := Ax + b, \qquad A \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}), \quad b \in \mathbb{K}^n.$$

Diese Abbildungen bilden eine Gruppe $\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K})$ bezüglich der Komposition.

- Die Translationen $t_b(x) := x + b$ bilden eine Untergruppe $T \cong (\mathbb{K}^n, +)$.
  - Diese ist normal, denn

$$f_{c,A}\, t_b\, f_{c,A}^{-1} = t_{Ab}.$$

- Die linearen Abbildungen bilden eine Untergruppe $L \cong \mathrm{GL}(n, \mathbb{K})$.
  - Es gilt $T \cap L = \{\mathrm{id}\}$.
  - Jede affine Abbildung lässt sich eindeutig als $f_{b,A} = t_b \circ A$ schreiben.
- Also ist

$$\mathrm{Aff}(n, \mathbb{K}) \cong \mathbb{K}^n \rtimes \mathrm{GL}(n, \mathbb{K}).$$

- Für

- Für die

- Für die Konstruktion

- Für die Konstruktion als

- Für die Konstruktion als äußeres

- Für die Konstruktion als äußeres semidirektes

- Für die Konstruktion als äußeres semidirektes Produkt

- Für die Konstruktion als äußeres semidirektes Produkt verwenden

- Für die Konstruktion als äußeres semidirektes Produkt verwenden wir

- Für die Konstruktion als äußeres semidirektes Produkt verwenden wir die

• Für die Konstruktion als äußeres semidirektes Produkt verwenden wir die natürliche

• Für die Konstruktion als äußeres semidirektes Produkt verwenden wir die natürliche Wirkung

• Für die Konstruktion als äußeres semidirektes Produkt verwenden wir die natürliche Wirkung

$$A.b :=$$

• Für die Konstruktion als äußeres semidirektes Produkt verwenden wir die natürliche Wirkung

$$A.b := Ab.$$

• Für die Konstruktion als äußeres semidirektes Produkt verwenden wir die natürliche Wirkung

$$A.b := Ab.$$

Die

• Für die Konstruktion als äußeres semidirektes Produkt verwenden wir die natürliche Wirkung

$$A.b := Ab.$$

Die Multiplikation

• Für die Konstruktion als äußeres semidirektes Produkt verwenden wir die natürliche Wirkung

$$A.b := Ab.$$

Die Multiplikation lautet

• Für die Konstruktion als äußeres semidirektes Produkt verwenden wir die natürliche Wirkung

$$A.b := Ab.$$

Die Multiplikation lautet somit

• Für die Konstruktion als äußeres semidirektes Produkt verwenden wir die natürliche Wirkung

$$A.b := Ab.$$

Die Multiplikation lautet somit

$$(b,$$

• Für die Konstruktion als äußeres semidirektes Produkt verwenden wir die natürliche Wirkung

$$A.b := Ab.$$

Die Multiplikation lautet somit

$$(b, A)(c,$$

• Für die Konstruktion als äußeres semidirektes Produkt verwenden wir die natürliche Wirkung

$$A.b := Ab.$$

Die Multiplikation lautet somit

$$(b, A)(c, B) =$$

• Für die Konstruktion als äußeres semidirektes Produkt verwenden wir die natürliche Wirkung

$$A.b := Ab.$$

Die Multiplikation lautet somit

$$(b, A)(c, B) = (b + Ac,$$

• Für die Konstruktion als äußeres semidirektes Produkt verwenden wir die natürliche Wirkung

$$A.b := Ab.$$

Die Multiplikation lautet somit

$$(b, A)(c, B) = (b + Ac, AB).$$

Lemma.

Lemma. Sei

Lemma. Sei G

Lemma. Sei G eine

Lemma. Sei G eine Gruppe

Lemma. Sei G eine Gruppe mit

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen N,

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$,

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G,$$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A =$$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\},$$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G =$$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n :=$$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi:$$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to$$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi \colon N \rtimes A \to G,$$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n,$$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto$$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis.

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv:

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich als

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich als na

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich als na schreiben,

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich als na schreiben, und

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich als na schreiben, und diese

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich als na schreiben, und diese Darstellung

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich als na schreiben, und diese Darstellung ist

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich als na schreiben, und diese Darstellung ist wegen

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich als na schreiben, und diese Darstellung ist wegen $N \cap A =$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich als na schreiben, und diese Darstellung ist wegen $N \cap A = \{e\}$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich als na schreiben, und diese Darstellung ist wegen $N \cap A = \{e\}$ eindeutig.

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich als na schreiben, und diese Darstellung ist wegen $N \cap A = \{e\}$ eindeutig.

• Außerdem

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich als na schreiben, und diese Darstellung ist wegen $N \cap A = \{e\}$ eindeutig.

• Außerdem gilt

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich als na schreiben, und diese Darstellung ist wegen $N \cap A = \{e\}$ eindeutig.

• Außerdem gilt

$$\varphi((n,$$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich als na schreiben, und diese Darstellung ist wegen $N \cap A = \{e\}$ eindeutig.

• Außerdem gilt

$$\varphi((n, a)(m,$$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich als na schreiben, und diese Darstellung ist wegen $N \cap A = \{e\}$ eindeutig.

• Außerdem gilt

$$\varphi((n, a)(m, b)) =$$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich als na schreiben, und diese Darstellung ist wegen $N \cap A = \{e\}$ eindeutig.

• Außerdem gilt

$$\varphi((n, a)(m, b)) = \varphi(n(ana^{-1}.m),$$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich als na schreiben, und diese Darstellung ist wegen $N \cap A = \{e\}$ eindeutig.

• Außerdem gilt

$$\varphi((n, a)(m, b)) = \varphi(n(ana^{-1}.m), ab)$$

$$=$$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich als na schreiben, und diese Darstellung ist wegen $N \cap A = \{e\}$ eindeutig.

• Außerdem gilt

$$\begin{aligned}\varphi((n, a)(m, b)) &= \varphi(n(ana^{-1}.m), ab)\\ &= n(ama^{-1})ab\end{aligned}$$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich als na schreiben, und diese Darstellung ist wegen $N \cap A = \{e\}$ eindeutig.

• Außerdem gilt

$$\begin{aligned}\varphi((n, a)(m, b)) &= \varphi(n(ana^{-1}.m), ab)\\ &= n(ama^{-1})ab\end{aligned}$$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich als na schreiben, und diese Darstellung ist wegen $N \cap A = \{e\}$ eindeutig.

• Außerdem gilt

$$\begin{aligned}\varphi((n, a)(m, b)) &= \varphi(n(ana^{-1}.m), ab)\\ &= n(ama^{-1})ab\end{aligned}$$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich als na schreiben, und diese Darstellung ist wegen $N \cap A = \{e\}$ eindeutig.

• Außerdem gilt

$$\begin{aligned}\varphi((n, a)(m, b)) &= \varphi(n(ana^{-1}.m), ab)\\ &= n(ama^{-1})ab\end{aligned}$$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich als na schreiben, und diese Darstellung ist wegen $N \cap A = \{e\}$ eindeutig.

• Außerdem gilt

$$\begin{aligned}\varphi((n, a)(m, b)) &= \varphi(n(ana^{-1}.m), ab)\\ &= n(ama^{-1})ab\end{aligned}$$

Lemma. Sei G eine Gruppe mit Untergruppen $N, A \leqslant G$, sodass

$$N \trianglelefteq G, \qquad N \cap A = \{e\}, \qquad G = NA.$$

Wir definieren eine Wirkung von A auf N durch

$$a.n := ana^{-1}.$$

Dann ist die Abbildung

$$\varphi\colon N \rtimes A \to G, \qquad (n, a) \mapsto na$$

ein Isomorphismus.

Beweis. • Die Abbildung φ ist bijektiv: Jedes $g \in G$ lässt sich als na schreiben, und diese Darstellung ist wegen $N \cap A = \{e\}$ eindeutig.

• Außerdem gilt

$$\begin{aligned}\varphi((n, a)(m, b)) &= \varphi(n(ana^{-1}.m), ab)\\ &= n(ama^{-1})ab\end{aligned}$$

- Bemerkung:

- Bemerkung: $A \times B$

- Bemerkung: $A \times B$ ist

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt,

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale

• Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung

• Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung $B \to$

• Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung $B \to \mathrm{Aut}(A)$

• Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung $B \to \mathrm{Aut}(A)$ nehmen.

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung $B \to \mathrm{Aut}(A)$ nehmen.
  - $\mathbb{Z}/3 \rtimes \mathbb{Z}/2$

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung $B \to \mathrm{Aut}(A)$ nehmen.
  - $\mathbb{Z}/3 \rtimes \mathbb{Z}/2$ kann

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung $B \to \mathrm{Aut}(A)$ nehmen.
  - $\mathbb{Z}/3 \rtimes \mathbb{Z}/2$ kann man

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung $B \to \mathrm{Aut}(A)$ nehmen.
  - $\mathbb{Z}/3 \rtimes \mathbb{Z}/2$ kann man identifizieren

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung $B \to \mathrm{Aut}(A)$ nehmen.
  - $\mathbb{Z}/3 \rtimes \mathbb{Z}/2$ kann man identifizieren nur

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung $B \to \mathrm{Aut}(A)$ nehmen.
  - $\mathbb{Z}/3 \rtimes \mathbb{Z}/2$ kann man identifizieren nur wenn

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung $B \to \mathrm{Aut}(A)$ nehmen.
  - $\mathbb{Z}/3 \rtimes \mathbb{Z}/2$ kann man identifizieren nur wenn man

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung $B \to \mathrm{Aut}(A)$ nehmen.
  - $\mathbb{Z}/3 \rtimes \mathbb{Z}/2$ kann man identifizieren nur wenn man die

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung $B \to \mathrm{Aut}(A)$ nehmen.
  - $\mathbb{Z}/3 \rtimes \mathbb{Z}/2$ kann man identifizieren nur wenn man die Wirkunng

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung $B \to \mathrm{Aut}(A)$ nehmen.
  - $\mathbb{Z}/3 \rtimes \mathbb{Z}/2$ kann man identifizieren nur wenn man die Wirkunng feststellt.

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung $B \to \mathrm{Aut}(A)$ nehmen.
  - $\mathbb{Z}/3 \rtimes \mathbb{Z}/2$ kann man identifizieren nur wenn man die Wirkunng feststellt.
- Bemerkung:

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung $B \to \mathrm{Aut}(A)$ nehmen.
  - $\mathbb{Z}/3 \rtimes \mathbb{Z}/2$ kann man identifizieren nur wenn man die Wirkunng feststellt.
- Bemerkung: $\mathbb{Z}/2 \rtimes \mathbb{Z}/4$,

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung $B \to \mathrm{Aut}(A)$ nehmen.
  - $\mathbb{Z}/3 \rtimes \mathbb{Z}/2$ kann man identifizieren nur wenn man die Wirkunng feststellt.
- Bemerkung: $\mathbb{Z}/2 \rtimes \mathbb{Z}/4$, aber

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung $B \to \mathrm{Aut}(A)$ nehmen.
  - $\mathbb{Z}/3 \rtimes \mathbb{Z}/2$ kann man identifizieren nur wenn man die Wirkunng feststellt.
- Bemerkung: $\mathbb{Z}/2 \rtimes \mathbb{Z}/4$, aber $\mathbb{Z}/4$

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung $B \to \mathrm{Aut}(A)$ nehmen.
  - $\mathbb{Z}/3 \rtimes \mathbb{Z}/2$ kann man identifizieren nur wenn man die Wirkunng feststellt.
- Bemerkung: $\mathbb{Z}/2 \rtimes \mathbb{Z}/4$, aber $\mathbb{Z}/4$ kann

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung $B \to \mathrm{Aut}(A)$ nehmen.
  - $\mathbb{Z}/3 \rtimes \mathbb{Z}/2$ kann man identifizieren nur wenn man die Wirkunng feststellt.
- Bemerkung: $\mathbb{Z}/2 \rtimes \mathbb{Z}/4$, aber $\mathbb{Z}/4$ kann nich

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung $B \to \mathrm{Aut}(A)$ nehmen.
  - $\mathbb{Z}/3 \rtimes \mathbb{Z}/2$ kann man identifizieren nur wenn man die Wirkunng feststellt.
- Bemerkung: $\mathbb{Z}/2 \rtimes \mathbb{Z}/4$, aber $\mathbb{Z}/4$ kann nich als

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung $B \to \mathrm{Aut}(A)$ nehmen.
  - $\mathbb{Z}/3 \rtimes \mathbb{Z}/2$ kann man identifizieren nur wenn man die Wirkunng feststellt.
- Bemerkung: $\mathbb{Z}/2 \rtimes \mathbb{Z}/4$, aber $\mathbb{Z}/4$ kann nich als direktes

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung $B \to \mathrm{Aut}(A)$ nehmen.
  - $\mathbb{Z}/3 \rtimes \mathbb{Z}/2$ kann man identifizieren nur wenn man die Wirkunng feststellt.
- Bemerkung: $\mathbb{Z}/2 \rtimes \mathbb{Z}/4$, aber $\mathbb{Z}/4$ kann nich als direktes Produkt

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung $B \to \mathrm{Aut}(A)$ nehmen.
  - $\mathbb{Z}/3 \rtimes \mathbb{Z}/2$ kann man identifizieren nur wenn man die Wirkunng feststellt.
- Bemerkung: $\mathbb{Z}/2 \rtimes \mathbb{Z}/4$, aber $\mathbb{Z}/4$ kann nich als direktes Produkt geschrieben

- Bemerkung: $A \times B$ ist auch ein semidirektes Produkt, wobei wir die triviale Wirkung $B \to \mathrm{Aut}(A)$ nehmen.
  - $\mathbb{Z}/3 \rtimes \mathbb{Z}/2$ kann man identifizieren nur wenn man die Wirkunng feststellt.
- Bemerkung: $\mathbb{Z}/2 \rtimes \mathbb{Z}/4$, aber $\mathbb{Z}/4$ kann nich als direktes Produkt geschrieben werden.

1. Wiederholung

2. Beispiele

3. Smith-Normalform

4. Semidirekte Produkte

5. Quaternionengruppe

- Wir

- Wir betrachten

- Wir betrachten in

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,$

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A :=$$

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & \end{pmatrix}$$

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & \end{pmatrix}$$

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix},$$

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B :=$$

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$$

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & \end{pmatrix}$$

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 =$

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 =$

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB =$

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0$

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i \end{pmatrix}$

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} =$

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

- Jedes

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

- Jedes Produkt

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

- Jedes Produkt von

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

- Jedes Produkt von A,

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

- Jedes Produkt von A, B

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

- Jedes Produkt von A, B und

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

- Jedes Produkt von A, B und ihren

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

- Jedes Produkt von A, B und ihren Inversen

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

- Jedes Produkt von A, B und ihren Inversen lässt

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

- Jedes Produkt von A, B und ihren Inversen lässt sich

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

- Jedes Produkt von A, B und ihren Inversen lässt sich daher

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

- Jedes Produkt von A, B und ihren Inversen lässt sich daher auf

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

- Jedes Produkt von A, B und ihren Inversen lässt sich daher auf eines

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

- Jedes Produkt von A, B und ihren Inversen lässt sich daher auf eines der

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

- Jedes Produkt von A, B und ihren Inversen lässt sich daher auf eines der acht

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

- Jedes Produkt von A, B und ihren Inversen lässt sich daher auf eines der acht Elemente

• Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

▶ Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

• Jedes Produkt von A, B und ihren Inversen lässt sich daher auf eines der acht Elemente

$$\pm I,$$

• Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

▶ Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

• Jedes Produkt von A, B und ihren Inversen lässt sich daher auf eines der acht Elemente

$$\pm I, \quad \pm A,$$

• Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

▶ Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

• Jedes Produkt von A, B und ihren Inversen lässt sich daher auf eines der acht Elemente

$$\pm I, \quad \pm A, \quad \pm B,$$

• Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

▶ Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

• Jedes Produkt von A, B und ihren Inversen lässt sich daher auf eines der acht Elemente

$$\pm I, \quad \pm A, \quad \pm B, \quad \pm AB$$

- Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

  - Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

- Jedes Produkt von A, B und ihren Inversen lässt sich daher auf eines der acht Elemente

$$\pm I, \quad \pm A, \quad \pm B, \quad \pm AB$$

reduzieren.

• Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

▶ Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

• Jedes Produkt von A, B und ihren Inversen lässt sich daher auf eines der acht Elemente

$$\pm I, \quad \pm A, \quad \pm B, \quad \pm AB$$

reduzieren. Diese

• Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

• Jedes Produkt von A, B und ihren Inversen lässt sich daher auf eines der acht Elemente

$$\pm I, \quad \pm A, \quad \pm B, \quad \pm AB$$

reduzieren. Diese sind

• Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

• Jedes Produkt von A, B und ihren Inversen lässt sich daher auf eines der acht Elemente

$$\pm I, \quad \pm A, \quad \pm B, \quad \pm AB$$

reduzieren. Diese sind alle

• Wir betrachten in $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$ die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Direktes Nachrechnen ergibt $A^2 = B^2 = -I$ und $AB = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -BA$.

• Jedes Produkt von A, B und ihren Inversen lässt sich daher auf eines der acht Elemente

$$\pm I, \quad \pm A, \quad \pm B, \quad \pm AB$$

reduzieren. Diese sind alle verschieden.

- Wir

- Wir schreiben

- Wir schreiben nun

- Wir schreiben nun $i :=$

- Wir schreiben nun $i := A$,

- Wir schreiben nun $i := A$, $j :=$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$,

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k :=$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 :=$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$.

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe*

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 :=$$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A,$$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle =$$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1,$$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i,$$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j,$$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation erfüllt

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation erfüllt

$$i^2 =$$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation erfüllt

$$i^2 = j^2 =$$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation erfüllt

$$i^2 = j^2 = k^2 =$$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation erfüllt

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1,$$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation erfüllt

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1,$$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation erfüllt

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1,$$

$$ij =$$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation erfüllt

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1,$$

$$ij = k =$$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation erfüllt

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1,$$

$$ij = k = -ji,$$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation erfüllt

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1,$$

$$ij = k = -ji, \qquad jk =$$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation erfüllt

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1,$$

$$ij = k = -ji, \qquad jk = i =$$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation erfüllt

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1,$$

$$ij = k = -ji, \qquad jk = i = -kj,$$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation erfüllt

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1,$$

$$ij = k = -ji, \qquad jk = i = -kj, \qquad ki =$$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation erfüllt

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1,$$

$$ij = k = -ji, \qquad jk = i = -kj, \qquad ki = j =$$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation erfüllt

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1,$$

$$ij = k = -ji, \qquad jk = i = -kj, \qquad ki = j = -ik.$$

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation erfüllt

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1,$$

$$ij = k = -ji, \qquad jk = i = -kj, \qquad ki = j = -ik.$$

- Somit

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation erfüllt

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1,$$

$$ij = k = -ji, \qquad jk = i = -kj, \qquad ki = j = -ik.$$

- Somit ist

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation erfüllt

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1,$$

$$ij = k = -ji, \qquad jk = i = -kj, \qquad ki = j = -ik.$$

- Somit ist Q_8

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation erfüllt

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1,$$

$$ij = k = -ji, \qquad jk = i = -kj, \qquad ki = j = -ik.$$

- Somit ist Q_8 eine

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation erfüllt

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1,$$

$$ij = k = -ji, \qquad jk = i = -kj, \qquad ki = j = -ik.$$

- Somit ist Q_8 eine nichtabelsche

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation erfüllt

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1,$$

$$ij = k = -ji, \qquad jk = i = -kj, \qquad ki = j = -ik.$$

- Somit ist Q_8 eine nichtabelsche Gruppe

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation erfüllt

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1,$$

$$ij = k = -ji, \qquad jk = i = -kj, \qquad ki = j = -ik.$$

- Somit ist Q_8 eine nichtabelsche Gruppe der

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation erfüllt

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1,$$

$$ij = k = -ji, \qquad jk = i = -kj, \qquad ki = j = -ik.$$

- Somit ist Q_8 eine nichtabelsche Gruppe der Ordnung

- Wir schreiben nun $i := A$, $j := B$, $k := AB$ und $1 := I$. Die *Quaternionengruppe* ist

$$Q_8 := \langle A, B \rangle = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}.$$

- Die Multiplikation erfüllt

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1,$$

$$ij = k = -ji, \qquad jk = i = -kj, \qquad ki = j = -ik.$$

- Somit ist Q_8 eine nichtabelsche Gruppe der Ordnung 8.