

UNIVERSITÄT
LEIPZIG

Algebra 1

Łukasz Grabowski

Mathematisches Institut

1. Wiederholung

2. Beispiele

3. Konjugation und p-Gruppen

4. Satz von Cauchy

Lemma. (Erster

Lemma. (Erster Isomorphiesatz)

Lemma. (Erster Isomorphiesatz)

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei f:

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to$

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus.

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon$

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to$

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$,

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto$

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$,

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein Isomorphismus.

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein Isomorphismus.

Lemma.

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein Isomorphismus.

Lemma. Jede

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein Isomorphismus.

Lemma. Jede endlich

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein Isomorphismus.

Lemma. Jede endlich erzeugte

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein Isomorphismus.

Lemma. Jede endlich erzeugte abelsche

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein Isomorphismus.

Lemma. Jede endlich erzeugte abelsche Gruppe

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein Isomorphismus.

Lemma. Jede endlich erzeugte abelsche Gruppe G

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein Isomorphismus.

Lemma. Jede endlich erzeugte abelsche Gruppe G ist

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein Isomorphismus.

Lemma. Jede endlich erzeugte abelsche Gruppe G ist das

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein Isomorphismus.

Lemma. Jede endlich erzeugte abelsche Gruppe G ist das Bild

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein Isomorphismus.

Lemma. Jede endlich erzeugte abelsche Gruppe G ist das Bild eines

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein Isomorphismus.

Lemma. Jede endlich erzeugte abelsche Gruppe G ist das Bild eines Homomorphismus

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein Isomorphismus.

Lemma. Jede endlich erzeugte abelsche Gruppe G ist das Bild eines Homomorphismus $\mathbb{Z}^k \to$

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein Isomorphismus.

Lemma. Jede endlich erzeugte abelsche Gruppe G ist das Bild eines Homomorphismus $\mathbb{Z}^k \to G$

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein Isomorphismus.

Lemma. Jede endlich erzeugte abelsche Gruppe G ist das Bild eines Homomorphismus $\mathbb{Z}^k \to G$ für

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein Isomorphismus.

Lemma. Jede endlich erzeugte abelsche Gruppe G ist das Bild eines Homomorphismus $\mathbb{Z}^k \to G$ für ein

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein Isomorphismus.

Lemma. Jede endlich erzeugte abelsche Gruppe G ist das Bild eines Homomorphismus $\mathbb{Z}^k \to G$ für ein $k \geqslant$

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein Isomorphismus.

Lemma. Jede endlich erzeugte abelsche Gruppe G ist das Bild eines Homomorphismus $\mathbb{Z}^k \to G$ für ein $k \geqslant 0$.

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein Isomorphismus.

Lemma. Jede endlich erzeugte abelsche Gruppe G ist das Bild eines Homomorphismus $\mathbb{Z}^k \to G$ für ein $k \geqslant 0$.

- Also

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein Isomorphismus.

Lemma. Jede endlich erzeugte abelsche Gruppe G ist das Bild eines Homomorphismus $\mathbb{Z}^k \to G$ für ein $k \geqslant 0$.

- Also $G \cong$

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein Isomorphismus.

Lemma. Jede endlich erzeugte abelsche Gruppe G ist das Bild eines Homomorphismus $\mathbb{Z}^k \to G$ für ein $k \geqslant 0$.

- Also $G \cong \mathbb{Z}^k/L$,

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein Isomorphismus.

Lemma. Jede endlich erzeugte abelsche Gruppe G ist das Bild eines Homomorphismus $\mathbb{Z}^k \to G$ für ein $k \geqslant 0$.

- Also $G \cong \mathbb{Z}^k/L$, wobei

Lemma. (Erster Isomorphiesatz) Sei $f\colon G \to H$ ein Homomorphismus. Dann ist die Abbildung $\bar{f}\colon G/\ker(f) \to f(G)$, $g\ker(f) \mapsto f(g)$, ein Isomorphismus.

Lemma. Jede endlich erzeugte abelsche Gruppe G ist das Bild eines Homomorphismus $\mathbb{Z}^k \to G$ für ein $k \geqslant 0$.

- Also $G \cong \mathbb{Z}^k/L$, wobei $L < \mathbb{Z}^k$.

- Sei

- Sei G

- Sei G eine

- Sei G eine Gruppe

- Sei G eine Gruppe und

- Sei G eine Gruppe und X

- Sei G eine Gruppe und X eine

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge.

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung*

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi :$$

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi : G \to$$

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder:

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to$$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X,$$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g,$$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto$$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x =$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$,

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x =$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator*

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x ist

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x :=$

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in$

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x =$

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
- Die

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
- Die *Bahn*

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
- Die *Bahn* (oder

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
- Die *Bahn* (oder der

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
- Die *Bahn* (oder der *Orbit*)

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
- Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
- Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
- Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
- Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x :=$

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
- Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in$

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
- Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
- Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
- Die

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
- Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
- Die Wirkung

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
- Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
- Die Wirkung ist

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
- Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
- Die Wirkung ist *treu*

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
- Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
- Die Wirkung ist *treu* wenn

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
- Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
- Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) =$

• Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

• oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

- Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
- Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
- Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*,

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x =$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.

- Sei $H \leqslant$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$.

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung*

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G auf

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G auf G/H

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G auf G/H ist

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G auf G/H ist definiert

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G auf G/H ist definiert durch

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi \colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.

- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G auf G/H ist definiert durch

$$g.(aH) :=$$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G auf G/H ist definiert durch

$$g.(aH) := (ga)H.$$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G auf G/H ist definiert durch

$$g.(aH) := (ga)H.$$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G auf G/H ist definiert durch

$$g.(aH) := (ga)H.$$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G auf G/H ist definiert durch

$$g.(aH) := (ga)H.$$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G auf G/H ist definiert durch

$$g.(aH) := (ga)H.$$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G auf G/H ist definiert durch

$$g.(aH) := (ga)H.$$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G auf G/H ist definiert durch

$$g.(aH) := (ga)H.$$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G auf G/H ist definiert durch

$$g.(aH) := (ga)H.$$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G auf G/H ist definiert durch

$$g.(aH) := (ga)H.$$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G auf G/H ist definiert durch

$$g.(aH) := (ga)H.$$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G auf G/H ist definiert durch

$$g.(aH) := (ga)H.$$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G auf G/H ist definiert durch

$$g.(aH) := (ga)H.$$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G auf G/H ist definiert durch

$$g.(aH) := (ga)H.$$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G auf G/H ist definiert durch

$$g.(aH) := (ga)H.$$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G auf G/H ist definiert durch

$$g.(aH) := (ga)H.$$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G auf G/H ist definiert durch

$$g.(aH) := (ga)H.$$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G auf G/H ist definiert durch

$$g.(aH) := (ga)H.$$

- Sei G eine Gruppe und X eine Menge. Eine *Wirkung* von G auf X ist ein Homomorphismus

$$\pi\colon G \to \mathrm{Bij}(X).$$

- oder: eine Abbildung

$$G \times X \to X, \qquad (g, x) \mapsto g.x$$

sodass $e.x = x$, $(gh).x = g.(h.x)$.

  - Der *Stabilisator* von x ist die Untergruppe $G_x := \{g \in G \mid g.x = x\}$.
  - Die *Bahn* (oder der *Orbit*) von x ist $G.x := \{g.x \mid g \in G\}$.
  - Die Wirkung ist *treu* wenn $\ker(\pi) = \{e\}$.

- Die Wirkung heißt *transitiv*, falls $G.x = X$ für jedes $x \in X$.
- Sei $H \leqslant G$. Die *Linkswirkung* von G auf G/H ist definiert durch

$$g.(aH) := (ga)H.$$

1. Wiederholung

2. Beispiele

3. Konjugation und p-Gruppen

4. Satz von Cauchy

Beispiel:

Beispiel: Bis

Beispiel: Bis auf

Beispiel: Bis auf Isomorphie

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis.

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| =$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$.

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1,$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2,$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen.

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2,

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 =$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh =$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- Also

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- Also gibt

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- Also gibt es

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- Also gibt es $a \in$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- Also gibt es $a \in G$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- Also gibt es $a \in G$ mit

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) =$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N :=$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2,

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

  ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).

  ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal.

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

  ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).

  ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

  ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).

  ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$.

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

  ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).

  ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G =$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

  ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).

  ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a,$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$.

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\operatorname{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$,

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 =$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H :=$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$.

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H =$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H,$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH,$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} =$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} = a^2$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} = a^2$ vertauscht

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} = a^2$ vertauscht x

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} = a^2$ vertauscht x die

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} = a^2$ vertauscht x die Nebenklassen

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} = a^2$ vertauscht x die Nebenklassen aH

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} = a^2$ vertauscht x die Nebenklassen aH und

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} = a^2$ vertauscht x die Nebenklassen aH und a^2H

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} = a^2$ vertauscht x die Nebenklassen aH und a^2H und

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} = a^2$ vertauscht x die Nebenklassen aH und a^2H und fixiert

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} = a^2$ vertauscht x die Nebenklassen aH und a^2H und fixiert H.

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} = a^2$ vertauscht x die Nebenklassen aH und a^2H und fixiert H.

• Diese

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} = a^2$ vertauscht x die Nebenklassen aH und a^2H und fixiert H.

• Diese beiden

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} = a^2$ vertauscht x die Nebenklassen aH und a^2H und fixiert H.

• Diese beiden Permutationen

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} = a^2$ vertauscht x die Nebenklassen aH und a^2H und fixiert H.

• Diese beiden Permutationen erzeugen

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} = a^2$ vertauscht x die Nebenklassen aH und a^2H und fixiert H.

• Diese beiden Permutationen erzeugen S_3.

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} = a^2$ vertauscht x die Nebenklassen aH und a^2H und fixiert H.

• Diese beiden Permutationen erzeugen S_3. Es

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} = a^2$ vertauscht x die Nebenklassen aH und a^2H und fixiert H.

• Diese beiden Permutationen erzeugen S_3. Es folgt

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} = a^2$ vertauscht x die Nebenklassen aH und a^2H und fixiert H.

• Diese beiden Permutationen erzeugen S_3. Es folgt $G \to$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} = a^2$ vertauscht x die Nebenklassen aH und a^2H und fixiert H.

• Diese beiden Permutationen erzeugen S_3. Es folgt $G \to \mathrm{Bij}(G/H) \cong$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} = a^2$ vertauscht x die Nebenklassen aH und a^2H und fixiert H.

• Diese beiden Permutationen erzeugen S_3. Es folgt $G \to \mathrm{Bij}(G/H) \cong S_3$

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} = a^2$ vertauscht x die Nebenklassen aH und a^2H und fixiert H.

• Diese beiden Permutationen erzeugen S_3. Es folgt $G \to \mathrm{Bij}(G/H) \cong S_3$ ist

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} = a^2$ vertauscht x die Nebenklassen aH und a^2H und fixiert H.

• Diese beiden Permutationen erzeugen S_3. Es folgt $G \to \mathrm{Bij}(G/H) \cong S_3$ ist ein

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- Wegen $xax^{-1} = a^2$ vertauscht x die Nebenklassen aH und a^2H und fixiert H.

• Diese beiden Permutationen erzeugen S_3. Es folgt $G \to \mathrm{Bij}(G/H) \cong S_3$ ist ein Isomorphismus.

Beispiel: Bis auf Isomorphie ist S_3 die einzige nichtabelsche Gruppe der Ordnung 6.

Beweis. • Sei G eine nichtabelsche Gruppe mit $|G| = 6$. Nach Lagrange haben alle Elemente Ordnung $1, 2, 3$ oder 6.

- ▶ Ein Element der Ordnung 6 würde G zyklisch machen. Hätten alle Elemente Ordnung 1 oder 2, so wäre G abelsch (denn $(gh)^2 = e$ impliziert $gh = hg$).
- ▶ Also gibt es $a \in G$ mit $\mathrm{ord}(a) = 3$.

• $N := \langle a \rangle$ hat Index 2, ist also normal. Wähle $x \notin N$. Dann $G = \langle a, x \rangle$. Da G nichtabelsch ist und $\mathrm{Aut}(N) \cong \mathbb{Z}/2$, gilt $x^2 = e$.

• Sei $H := \langle x \rangle$. Wir betrachten die Wirkung auf $G/H = \{H, aH, a^2H\}$.

- ▶ a wirkt als Dreierzykel $(H\ aH\ a^2H)$.
- ▶ Wegen $xax^{-1} = a^2$ vertauscht x die Nebenklassen aH und a^2H und fixiert H.

• Diese beiden Permutationen erzeugen S_3. Es folgt $G \to \mathrm{Bij}(G/H) \cong S_3$ ist ein Isomorphismus. □

Satz.

Satz. Die

Satz. Die Gruppe

Satz. Die Gruppe G

Satz. Die Gruppe G der

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis.

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert.

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi:$$

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to$$

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv:

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien,

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten,

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind die

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind die Identität

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind die Identität und

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind die Identität und die

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind die Identität und die Punktspiegelung

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind die Identität und die Punktspiegelung am

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind die Identität und die Punktspiegelung am Würfelmittelpunkt.

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind die Identität und die Punktspiegelung am Würfelmittelpunkt. Letztere

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind die Identität und die Punktspiegelung am Würfelmittelpunkt. Letztere kehrt

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind die Identität und die Punktspiegelung am Würfelmittelpunkt. Letztere kehrt die

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind die Identität und die Punktspiegelung am Würfelmittelpunkt. Letztere kehrt die Orientierung

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind die Identität und die Punktspiegelung am Würfelmittelpunkt. Letztere kehrt die Orientierung um.

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind die Identität und die Punktspiegelung am Würfelmittelpunkt. Letztere kehrt die Orientierung um.

• Wir

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind die Identität und die Punktspiegelung am Würfelmittelpunkt. Letztere kehrt die Orientierung um.

• Wir haben

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind die Identität und die Punktspiegelung am Würfelmittelpunkt. Letztere kehrt die Orientierung um.

• Wir haben $|G| =$

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind die Identität und die Punktspiegelung am Würfelmittelpunkt. Letztere kehrt die Orientierung um.

• Wir haben $|G| = 6 \cdot 4 =$

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind die Identität und die Punktspiegelung am Würfelmittelpunkt. Letztere kehrt die Orientierung um.

• Wir haben $|G| = 6 \cdot 4 = 24 =$

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind die Identität und die Punktspiegelung am Würfelmittelpunkt. Letztere kehrt die Orientierung um.

• Wir haben $|G| = 6 \cdot 4 = 24 = |S_4|$.

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind die Identität und die Punktspiegelung am Würfelmittelpunkt. Letztere kehrt die Orientierung um.

• Wir haben $|G| = 6 \cdot 4 = 24 = |S_4|$. Damit

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind die Identität und die Punktspiegelung am Würfelmittelpunkt. Letztere kehrt die Orientierung um.

• Wir haben $|G| = 6 \cdot 4 = 24 = |S_4|$. Damit ist

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind die Identität und die Punktspiegelung am Würfelmittelpunkt. Letztere kehrt die Orientierung um.

• Wir haben $|G| = 6 \cdot 4 = 24 = |S_4|$. Damit ist φ

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind die Identität und die Punktspiegelung am Würfelmittelpunkt. Letztere kehrt die Orientierung um.

• Wir haben $|G| = 6 \cdot 4 = 24 = |S_4|$. Damit ist φ ein

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind die Identität und die Punktspiegelung am Würfelmittelpunkt. Letztere kehrt die Orientierung um.

• Wir haben $|G| = 6 \cdot 4 = 24 = |S_4|$. Damit ist φ ein Isomorphismus.

Satz. Die Gruppe G der orientierungserhaltenden Isometrien des Würfels ist isomorph zu S_4.

Beweis. • Die vier Raumdiagonalen des Würfels werden durch jede Drehung permutiert. Wir erhalten also einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_4.$$

• Dieser ist injektiv: Die einzigen Isometrien, die jede Raumdiagonale erhalten, sind die Identität und die Punktspiegelung am Würfelmittelpunkt. Letztere kehrt die Orientierung um.

• Wir haben $|G| = 6 \cdot 4 = 24 = |S_4|$. Damit ist φ ein Isomorphismus. □

- Octaedron

- Octaedron und

- Octaedron und Würfel

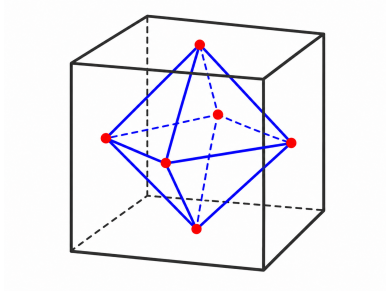
- Octaedron und Würfel sind

- Octaedron und Würfel sind “dual”

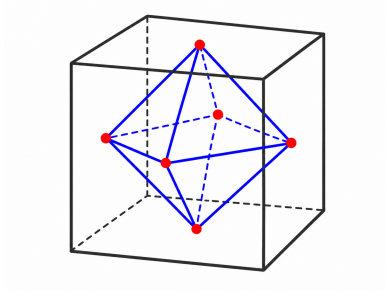
- Octaedron und Würfel sind “dual” zu

- Octaedron und Würfel sind “dual” zu einander:

- Octaedron und Würfel sind “dual” zu einander:

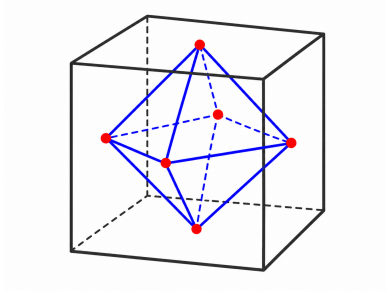


- Octaedron und Würfel sind “dual” zu einander:



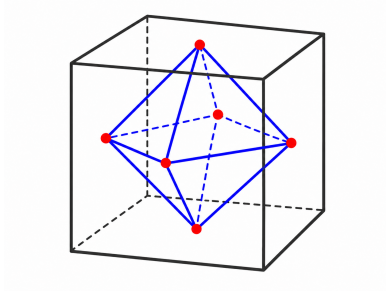
- Es

- Octaedron und Würfel sind “dual” zu einander:



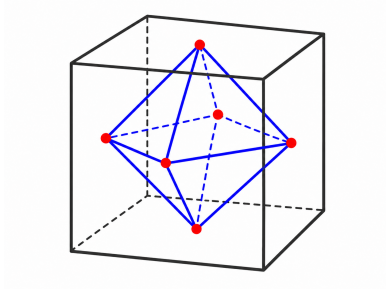
- Es folgt

- Octaedron und Würfel sind “dual” zu einander:



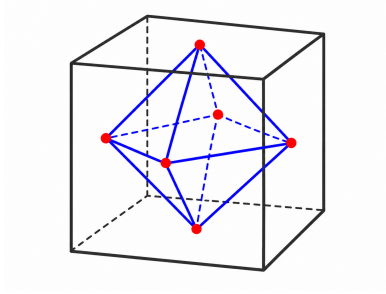
- Es folgt dass

- Octaedron und Würfel sind “dual” zu einander:



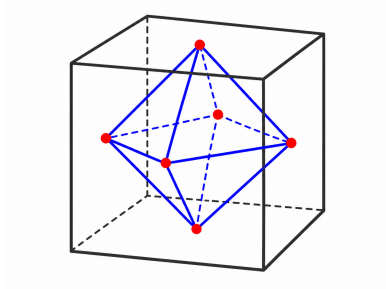
- Es folgt dass die

- Octaedron und Würfel sind “dual” zu einander:



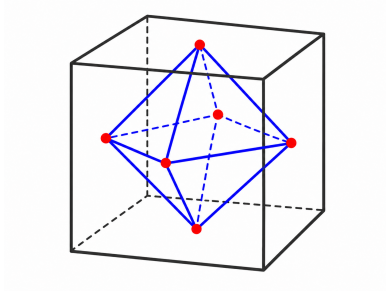
- Es folgt dass die Isomsetrigruppen

- Octaedron und Würfel sind “dual” zu einander:



- Es folgt dass die Isomsetrigruppen gleich

- Octaedron und Würfel sind “dual” zu einander:



- Es folgt dass die Isomsetrigruppen gleich sind.

- Jetzt

- Jetzt werden

- Jetzt werden wir

- Jetzt werden wir die

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma.

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant$

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis.

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq$

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in$

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

- Ubung:

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

- Ubung: $Z(S_n) =$

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

- Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$.

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

- Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

- Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

- Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

- Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

- Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen,

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

- Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

- Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

- Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ,

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau =$

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in$

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

  ▶ ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

  ▶ ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

  ▶ ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

  ▶ ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

  ▶ ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

  ▶ ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

  ▶ ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

  ▶ ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

  ▶ ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

  ▶ ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

  ▶ ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen,

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1$

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3$

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)$

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1$

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4$

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) =$

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3$

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4$

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

  ▶ ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

• Somit

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

  ▶ ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

• Somit enthält

- Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

  ▶ ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

• Somit enthält N

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

• Somit enthält N einen

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

• Somit enthält N einen Dreierzykel,

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

• Somit enthält N einen Dreierzykel, durch

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

• Somit enthält N einen Dreierzykel, durch Konjugation

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

• Somit enthält N einen Dreierzykel, durch Konjugation alle

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

• Somit enthält N einen Dreierzykel, durch Konjugation alle Dreierzyklen

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

• Somit enthält N einen Dreierzykel, durch Konjugation alle Dreierzyklen und

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

• Somit enthält N einen Dreierzykel, durch Konjugation alle Dreierzyklen und damit

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

• Somit enthält N einen Dreierzykel, durch Konjugation alle Dreierzyklen und damit ganz

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

• Somit enthält N einen Dreierzykel, durch Konjugation alle Dreierzyklen und damit ganz A_n.

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

• Somit enthält N einen Dreierzykel, durch Konjugation alle Dreierzyklen und damit ganz A_n.

• Wegen

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

• Somit enthält N einen Dreierzykel, durch Konjugation alle Dreierzyklen und damit ganz A_n.

• Wegen $(S_n :$

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

• Somit enthält N einen Dreierzykel, durch Konjugation alle Dreierzyklen und damit ganz A_n.

• Wegen $(S_n : A_n) =$

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

• Somit enthält N einen Dreierzykel, durch Konjugation alle Dreierzyklen und damit ganz A_n.

• Wegen $(S_n : A_n) = 2$

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

• Somit enthält N einen Dreierzykel, durch Konjugation alle Dreierzyklen und damit ganz A_n.

• Wegen $(S_n : A_n) = 2$ folgt

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

• Somit enthält N einen Dreierzykel, durch Konjugation alle Dreierzyklen und damit ganz A_n.

• Wegen $(S_n : A_n) = 2$ folgt $N =$

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

• Somit enthält N einen Dreierzykel, durch Konjugation alle Dreierzyklen und damit ganz A_n.

• Wegen $(S_n : A_n) = 2$ folgt $N = A_n$

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

• Somit enthält N einen Dreierzykel, durch Konjugation alle Dreierzyklen und damit ganz A_n.

• Wegen $(S_n : A_n) = 2$ folgt $N = A_n$ oder

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

• Somit enthält N einen Dreierzykel, durch Konjugation alle Dreierzyklen und damit ganz A_n.

• Wegen $(S_n : A_n) = 2$ folgt $N = A_n$ oder $N =$

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

• Somit enthält N einen Dreierzykel, durch Konjugation alle Dreierzyklen und damit ganz A_n.

• Wegen $(S_n : A_n) = 2$ folgt $N = A_n$ oder $N = S_n$.

• Jetzt werden wir die Isometriegruppe des Ikosaeders identifizieren.

Lemma. Für $n \geqslant 5$ ist A_n der einzige nichttriviale echte Normalteiler von S_n.

Beweis. • Sei $\{e\} \neq N \trianglelefteq S_n$ und $x \in N \setminus \{e\}$.

• Ubung: $Z(S_n) = \{e\}$. Da die Transpositionen S_n erzeugen, gibt es eine Transposition τ, die nicht mit x kommutiert.

• $x^{-1}\tau x\tau = (x^{-1}\tau x)\tau \in N$.

- ein Dreierzykel oder ein Produkt zweier disjunkter Transpositionen.

• Im zweiten Fall enthält N durch Konjugation alle Produkte zweier disjunkter Transpositionen, also auch $(1\,2)(3\,4)\,(1\,2)(4\,5) = (3\,4\,5)$.

• Somit enthält N einen Dreierzykel, durch Konjugation alle Dreierzyklen und damit ganz A_n.

• Wegen $(S_n : A_n) = 2$ folgt $N = A_n$ oder $N = S_n$. □

Beweis.

Beweis. • Die

Beweis. • Die folgenden

Beweis. • Die folgenden 12

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei

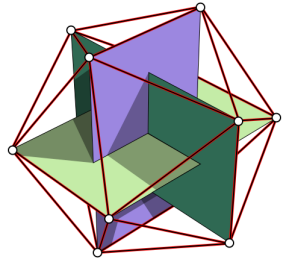
Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte

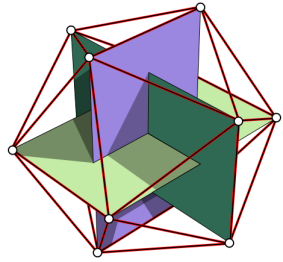
Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

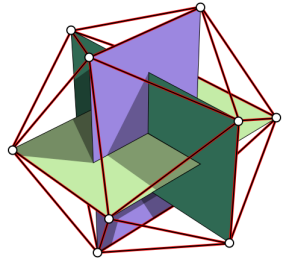


Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.



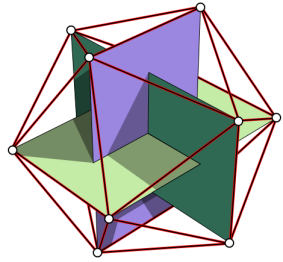
• Es

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.



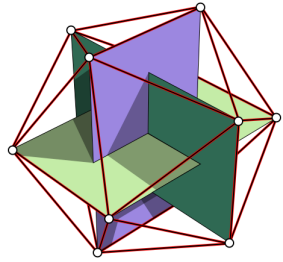
• Es gibt

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.



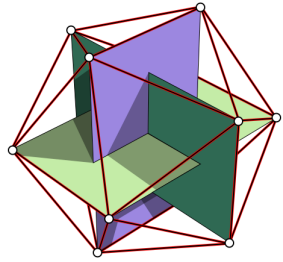
• Es gibt genau

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.



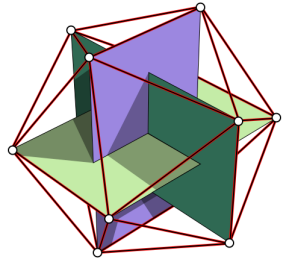
• Es gibt genau fünf

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.



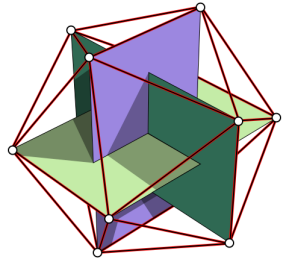
• Es gibt genau fünf solche

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.



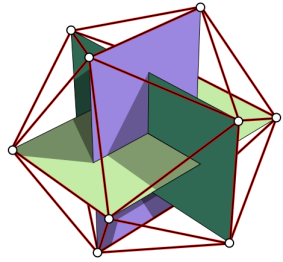
• Es gibt genau fünf solche Anordnungen.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.



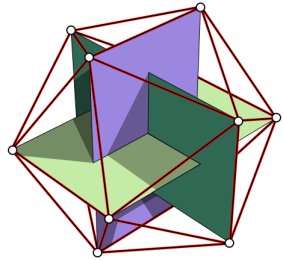
• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.



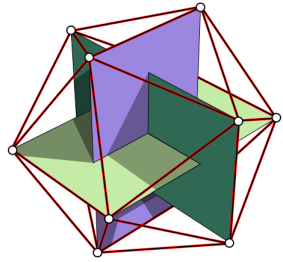
• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.



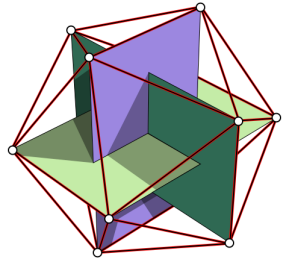
• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.



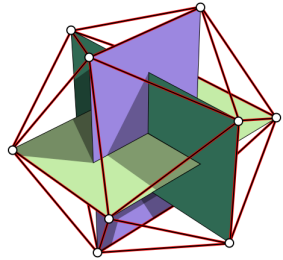
• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.



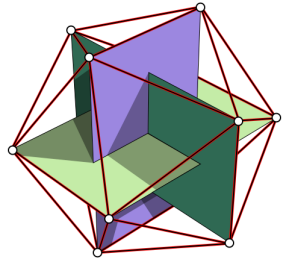
• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.



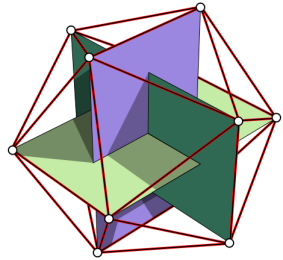
• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.



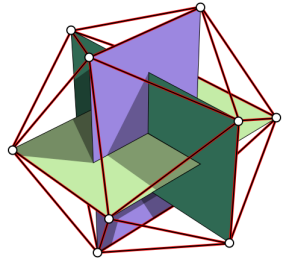
• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.



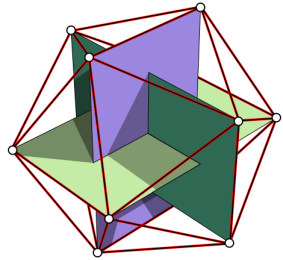
• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.



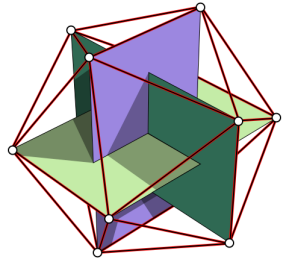
• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.



• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

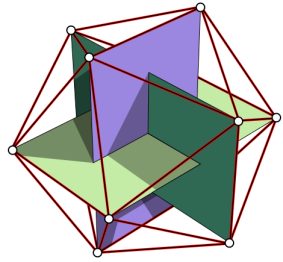
Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.



• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi:$$

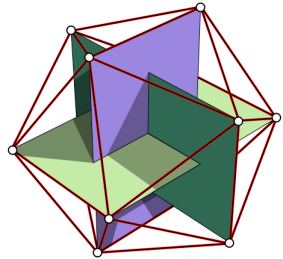
Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.



• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to$$

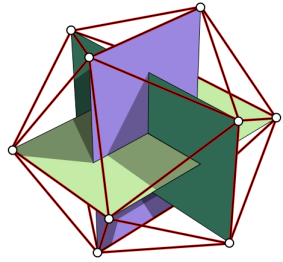
Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.



• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

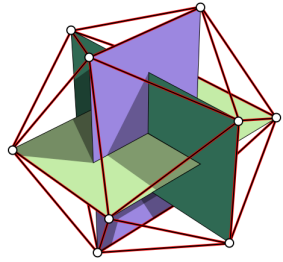


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung:

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

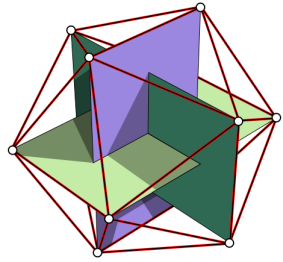


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

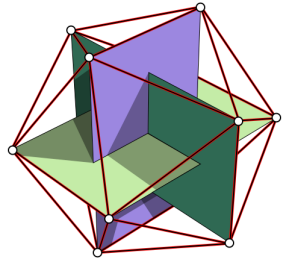


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

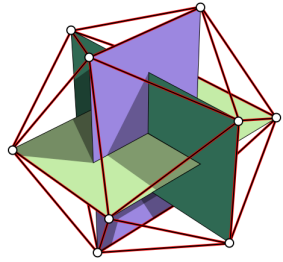


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

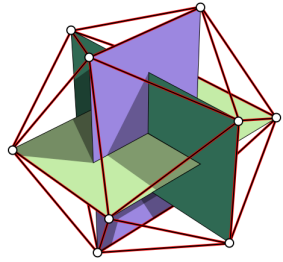


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

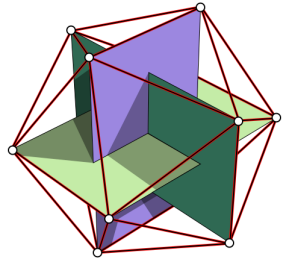


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

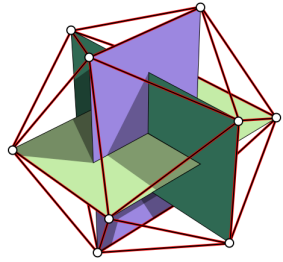


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

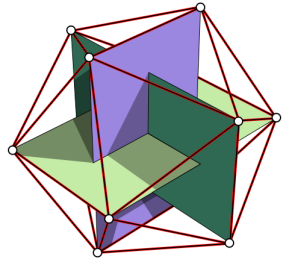


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

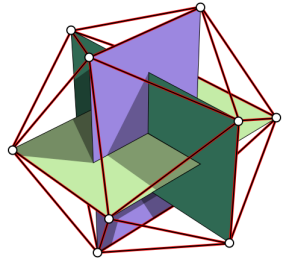


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

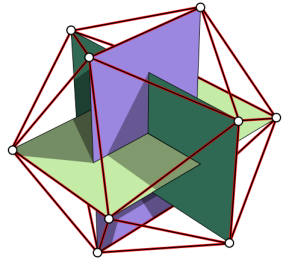


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

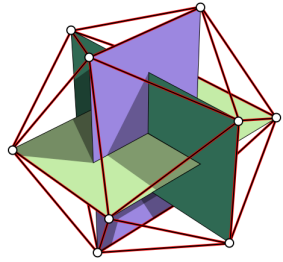


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

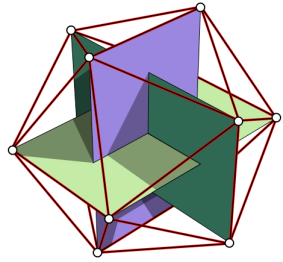


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

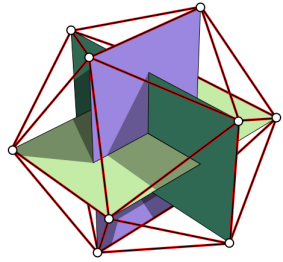


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

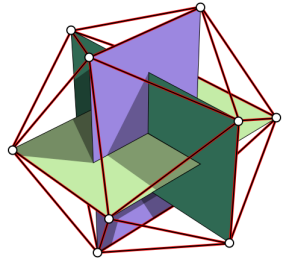


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

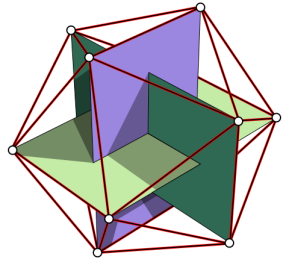


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

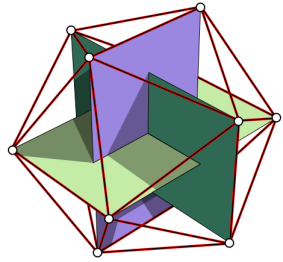


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

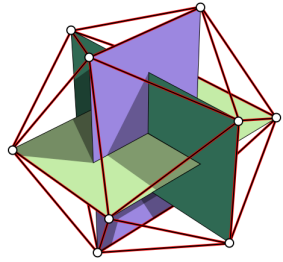


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

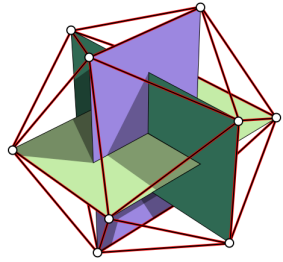


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

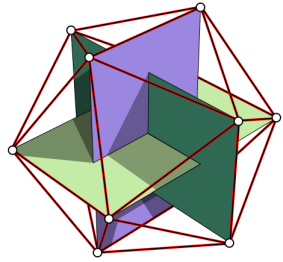


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

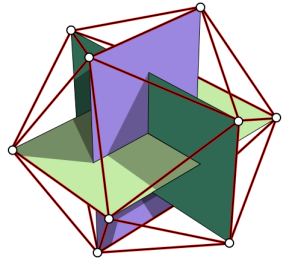


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

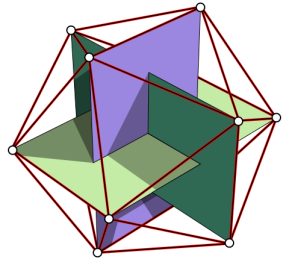


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

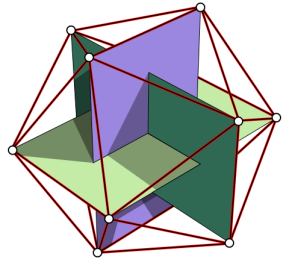


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

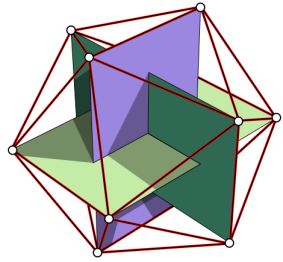


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

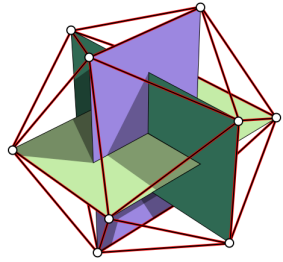


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

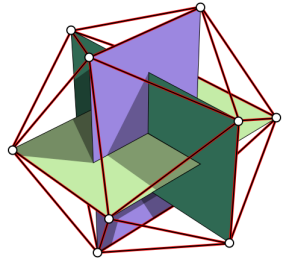


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

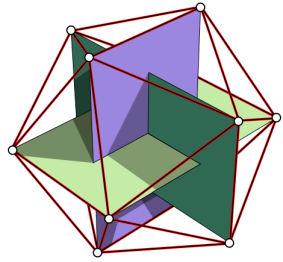


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

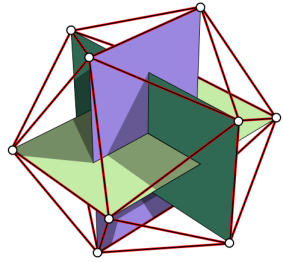


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

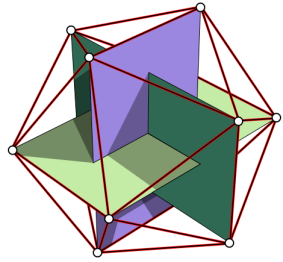


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

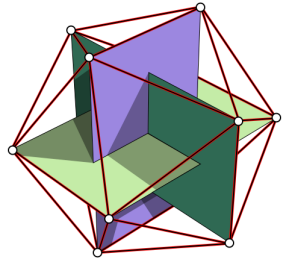


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

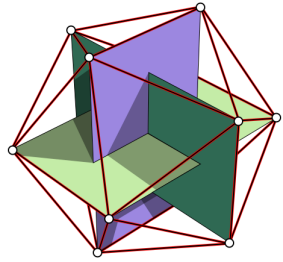


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.

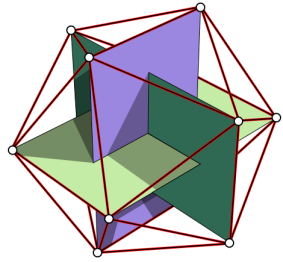


• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

Beweis. • Die folgenden 12 Ecken des Ikosaeders bilden drei zueinander senkrechte goldene Rechtecke.



• Es gibt genau fünf solche Anordnungen. Jede Drehung permutiert diese fünf Anordnungen. Wir erhalten einen Homomorphismus

$$\varphi\colon G \to S_5.$$

• Übung: Diese Wirkung ist treu.

- Icosaedron

- Icosaedron und

- Icosaedron und Dodekaedron

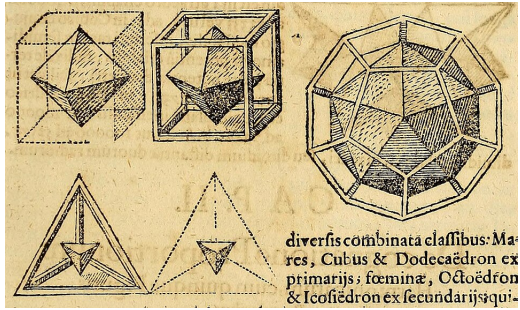
- Icosaedron und Dodekaedron sind

- Icosaedron und Dodekaedron sind “dual”

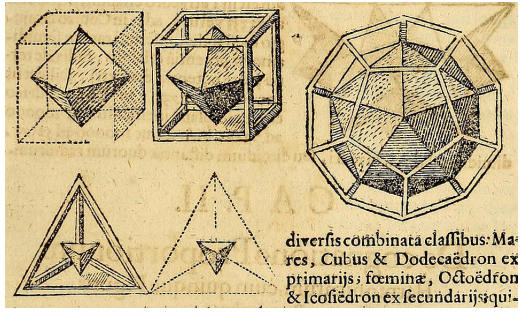
- Icosaedron und Dodekaedron sind “dual” zu

- Icosaedron und Dodekaedron sind “dual” zu einander:

- Icosaedron und Dodekaedron sind “dual” zu einander:

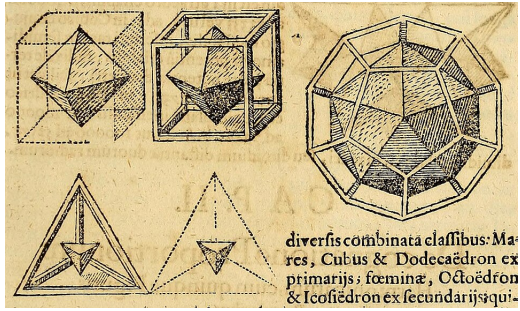


- Icosaedron und Dodekaedron sind “dual” zu einander:



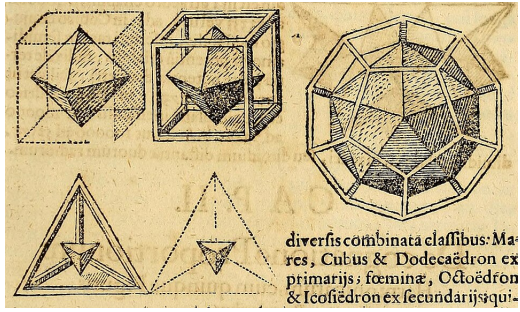
- Es

- Icosaedron und Dodekaedron sind “dual” zu einander:



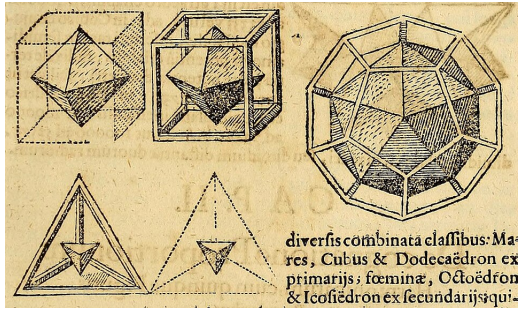
- Es folgt

- Icosaedron und Dodekaedron sind “dual” zu einander:



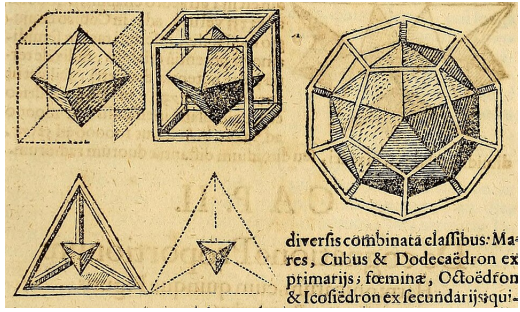
- Es folgt dass

- Icosaedron und Dodekaedron sind “dual” zu einander:



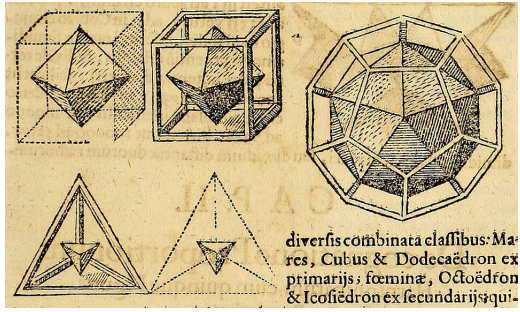
- Es folgt dass die

- Icosaedron und Dodekaedron sind “dual” zu einander:



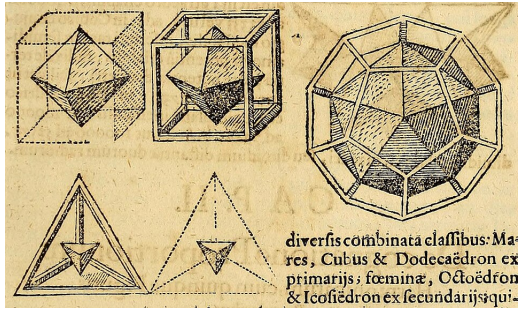
- Es folgt dass die Isomsetriegruppen

- Icosaedron und Dodekaedron sind “dual” zu einander:



- Es folgt dass die Isomsetriegruppen gleich

- Icosaedron und Dodekaedron sind “dual” zu einander:



- Es folgt dass die Isomsetriegruppen gleich sind.

1. Wiederholung

2. Beispiele

3. Konjugation und p-Gruppen

4. Satz von Cauchy

- Sei

- Sei p

- Sei p eine

- Sei p eine Primzahl.

- Sei p eine Primzahl. Eine

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*,

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| =$

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant$

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung:

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum*

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) :=$$

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in$$

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx =$$

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg$$

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in$$

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung:

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x :=$$

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x =$

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x =$

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator*

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von x:

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von x:

$$C_G(x) :=$$

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von x:

$$C_G(x) := \{g \in$$

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von x:

$$C_G(x) := \{g \in G \mid gx =$$

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von x:

$$C_G(x) := \{g \in G \mid gx = xg\}.$$

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von x:

$$C_G(x) := \{g \in G \mid gx = xg\}.$$

- Die

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von x:

$$C_G(x) := \{g \in G \mid gx = xg\}.$$

- Die Bahn

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von x:

$$C_G(x) := \{g \in G \mid gx = xg\}.$$

- Die Bahn von

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von x:

$$C_G(x) := \{g \in G \mid gx = xg\}.$$

- Die Bahn von x

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von x:

$$C_G(x) := \{g \in G \mid gx = xg\}.$$

- Die Bahn von x heißt

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von x:

$$C_G(x) := \{g \in G \mid gx = xg\}.$$

- Die Bahn von x heißt die

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von x:

$$C_G(x) := \{g \in G \mid gx = xg\}.$$

- Die Bahn von x heißt die *Konjugationsklasse*

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von x:

$$C_G(x) := \{g \in G \mid gx = xg\}.$$

- Die Bahn von x heißt die *Konjugationsklasse* von

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von x:

$$C_G(x) := \{g \in G \mid gx = xg\}.$$

- Die Bahn von x heißt die *Konjugationsklasse* von x:

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von x:

$$C_G(x) := \{g \in G \mid gx = xg\}.$$

- Die Bahn von x heißt die *Konjugationsklasse* von x: $x^G =$

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von x:

$$C_G(x) := \{g \in G \mid gx = xg\}.$$

- Die Bahn von x heißt die *Konjugationsklasse* von x: $x^G = \{gxg^{-1} \mid g \in$

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von x:

$$C_G(x) := \{g \in G \mid gx = xg\}.$$

- Die Bahn von x heißt die *Konjugationsklasse* von x: $x^G = \{gxg^{-1} \mid g \in G\}$.

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von x:

$$C_G(x) := \{g \in G \mid gx = xg\}.$$

- Die Bahn von x heißt die *Konjugationsklasse* von x: $x^G = \{gxg^{-1} \mid g \in G\}$.

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von x:

$$C_G(x) := \{g \in G \mid gx = xg\}.$$

- Die Bahn von x heißt die *Konjugationsklasse* von x: $x^G = \{gxg^{-1} \mid g \in G\}$.

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von x:

$$C_G(x) := \{g \in G \mid gx = xg\}.$$

- Die Bahn von x heißt die *Konjugationsklasse* von x: $x^G = \{gxg^{-1} \mid g \in G\}$.

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von x:

$$C_G(x) := \{g \in G \mid gx = xg\}.$$

- Die Bahn von x heißt die *Konjugationsklasse* von x: $x^G = \{gxg^{-1} \mid g \in G\}$.

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von x:

$$C_G(x) := \{g \in G \mid gx = xg\}.$$

- Die Bahn von x heißt die *Konjugationsklasse* von x: $x^G = \{gxg^{-1} \mid g \in G\}$.

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von x:

$$C_G(x) := \{g \in G \mid gx = xg\}.$$

- Die Bahn von x heißt die *Konjugationsklasse* von x: $x^G = \{gxg^{-1} \mid g \in G\}$.

- Sei p eine Primzahl. Eine endliche Gruppe G heißt *p-Gruppe*, falls $|G| = p^n$ für ein $n \geqslant 0$.
- Erinnerung: Das *Zentrum* von G ist

$$Z(G) := \{x \in G \mid gx = xg \text{ für alle } g \in G\}.$$

- Eine wichtige Wirkung: G wirkt auf sich selbst durch *Konjugation*:

$$g.x := gxg^{-1}.$$

  - Tatsächlich gilt $(gh).x = g.(h.x)$ und $e.x = x$.
- Der Stabilisator von x heißt der *Zentralisator* von x:

$$C_G(x) := \{g \in G \mid gx = xg\}.$$

- Die Bahn von x heißt die *Konjugationsklasse* von x: $x^G = \{gxg^{-1} \mid g \in G\}$.

Satz. (Klassengleichung)

Satz. (Klassengleichung)

Satz. (Klassengleichung) Sei

Satz. (Klassengleichung) Sei G

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1,$

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots,$

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element.

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| =$$

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis.

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$.

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar.

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis.

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| =$

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit $n \geqslant$

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit $n \geqslant 1$.

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit $n \geqslant 1$. Nach

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit $n \geqslant 1$. Nach der

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit $n \geqslant 1$. Nach der Bahn-Stabilisator-Formel

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit $n \geqslant 1$. Nach der Bahn-Stabilisator-Formel gilt

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit $n \geqslant 1$. Nach der Bahn-Stabilisator-Formel gilt

$$|x_i^G| =$$

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit $n \geqslant 1$. Nach der Bahn-Stabilisator-Formel gilt

$$|x_i^G| = \frac{|G|}{|C_G(x_i)|}.$$

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit $n \geqslant 1$. Nach der Bahn-Stabilisator-Formel gilt

$$|x_i^G| = \frac{|G|}{|C_G(x_i)|}.$$

• Es

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit $n \geqslant 1$. Nach der Bahn-Stabilisator-Formel gilt

$$|x_i^G| = \frac{|G|}{|C_G(x_i)|}.$$

• Es folgt:

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit $n \geqslant 1$. Nach der Bahn-Stabilisator-Formel gilt

$$|x_i^G| = \frac{|G|}{|C_G(x_i)|}.$$

• Es folgt: $|x_i^G|$

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit $n \geqslant 1$. Nach der Bahn-Stabilisator-Formel gilt

$$|x_i^G| = \frac{|G|}{|C_G(x_i)|}.$$

• Es folgt: $|x_i^G|$ ist

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit $n \geqslant 1$. Nach der Bahn-Stabilisator-Formel gilt

$$|x_i^G| = \frac{|G|}{|C_G(x_i)|}.$$

• Es folgt: $|x_i^G|$ ist eine

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit $n \geqslant 1$. Nach der Bahn-Stabilisator-Formel gilt

$$|x_i^G| = \frac{|G|}{|C_G(x_i)|}.$$

• Es folgt: $|x_i^G|$ ist eine Potenz

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit $n \geqslant 1$. Nach der Bahn-Stabilisator-Formel gilt

$$|x_i^G| = \frac{|G|}{|C_G(x_i)|}.$$

• Es folgt: $|x_i^G|$ ist eine Potenz von

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit $n \geqslant 1$. Nach der Bahn-Stabilisator-Formel gilt

$$|x_i^G| = \frac{|G|}{|C_G(x_i)|}.$$

• Es folgt: $|x_i^G|$ ist eine Potenz von p.

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit $n \geqslant 1$. Nach der Bahn-Stabilisator-Formel gilt

$$|x_i^G| = \frac{|G|}{|C_G(x_i)|}.$$

• Es folgt: $|x_i^G|$ ist eine Potenz von p. Das

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit $n \geqslant 1$. Nach der Bahn-Stabilisator-Formel gilt

$$|x_i^G| = \frac{|G|}{|C_G(x_i)|}.$$

• Es folgt: $|x_i^G|$ ist eine Potenz von p. Das Resultat

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit $n \geqslant 1$. Nach der Bahn-Stabilisator-Formel gilt

$$|x_i^G| = \frac{|G|}{|C_G(x_i)|}.$$

• Es folgt: $|x_i^G|$ ist eine Potenz von p. Das Resultat folgt

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit $n \geqslant 1$. Nach der Bahn-Stabilisator-Formel gilt

$$|x_i^G| = \frac{|G|}{|C_G(x_i)|}.$$

• Es folgt: $|x_i^G|$ ist eine Potenz von p. Das Resultat folgt jetzt

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit $n \geqslant 1$. Nach der Bahn-Stabilisator-Formel gilt

$$|x_i^G| = \frac{|G|}{|C_G(x_i)|}.$$

• Es folgt: $|x_i^G|$ ist eine Potenz von p. Das Resultat folgt jetzt aus

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit $n \geqslant 1$. Nach der Bahn-Stabilisator-Formel gilt

$$|x_i^G| = \frac{|G|}{|C_G(x_i)|}.$$

• Es folgt: $|x_i^G|$ ist eine Potenz von p. Das Resultat folgt jetzt aus der

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit $n \geqslant 1$. Nach der Bahn-Stabilisator-Formel gilt

$$|x_i^G| = \frac{|G|}{|C_G(x_i)|}.$$

• Es folgt: $|x_i^G|$ ist eine Potenz von p. Das Resultat folgt jetzt aus der Klassengleichung.

Satz. (Klassengleichung) Sei G eine endliche Gruppe und seien $x_1, \ldots, x_r$ Vertreter aller Konjugationsklassen mit mehr als einem Element. Dann gilt

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{r} |x_i^G|.$$

Beweis. • Die Konjugationsklassen zerlegen G.

• Die Klassen mit nur einem Element sind genau die Elemente von $Z(G)$. □

Korollar. Das Zentrum einer nichttrivialen endlichen p-Gruppe ist nichttrivial.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$ mit $n \geqslant 1$. Nach der Bahn-Stabilisator-Formel gilt

$$|x_i^G| = \frac{|G|}{|C_G(x_i)|}.$$

• Es folgt: $|x_i^G|$ ist eine Potenz von p. Das Resultat folgt jetzt aus der Klassengleichung. □

- Eine

- Eine Gruppe

- Eine Gruppe G

- Eine Gruppe G heißt

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*,

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 :=$$

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G,$$

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} :=$$

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i / Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i / Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar.

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis.

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| =$

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$.

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

- Solange

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

- Solange G_i

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

- Solange G_i nichttrivial

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

- Solange G_i nichttrivial ist,

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

- Solange G_i nichttrivial ist, gilt

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

- Solange G_i nichttrivial ist, gilt nach

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

- Solange G_i nichttrivial ist, gilt nach dem

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

- Solange G_i nichttrivial ist, gilt nach dem vorherigen

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

- Solange G_i nichttrivial ist, gilt nach dem vorherigen Korollar

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

• Solange G_i nichttrivial ist, gilt nach dem vorherigen Korollar $|Z(G_i)| \geqslant$

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

• Solange G_i nichttrivial ist, gilt nach dem vorherigen Korollar $|Z(G_i)| \geqslant p$.

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

• Solange G_i nichttrivial ist, gilt nach dem vorherigen Korollar $|Z(G_i)| \geqslant p$. Also

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

- Solange G_i nichttrivial ist, gilt nach dem vorherigen Korollar $|Z(G_i)| \geqslant p$. Also

$$|G_{i+1}| =$$

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

- Solange G_i nichttrivial ist, gilt nach dem vorherigen Korollar $|Z(G_i)| \geqslant p$. Also

$$|G_{i+1}| = \frac{|G_i|}{|Z(G_i)|} \leqslant$$

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

- Solange G_i nichttrivial ist, gilt nach dem vorherigen Korollar $|Z(G_i)| \geqslant p$. Also

$$|G_{i+1}| = \frac{|G_i|}{|Z(G_i)|} \leqslant \frac{|G_i|}{p}.$$

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

- Solange G_i nichttrivial ist, gilt nach dem vorherigen Korollar $|Z(G_i)| \geqslant p$. Also

$$|G_{i+1}| = \frac{|G_i|}{|Z(G_i)|} \leqslant \frac{|G_i|}{p}.$$

- Nach

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

- Solange G_i nichttrivial ist, gilt nach dem vorherigen Korollar $|Z(G_i)| \geqslant p$. Also

$$|G_{i+1}| = \frac{|G_i|}{|Z(G_i)|} \leqslant \frac{|G_i|}{p}.$$

- Nach spätestens

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

- Solange G_i nichttrivial ist, gilt nach dem vorherigen Korollar $|Z(G_i)| \geqslant p$. Also

$$|G_{i+1}| = \frac{|G_i|}{|Z(G_i)|} \leqslant \frac{|G_i|}{p}.$$

- Nach spätestens n

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

- Solange G_i nichttrivial ist, gilt nach dem vorherigen Korollar $|Z(G_i)| \geqslant p$. Also

$$|G_{i+1}| = \frac{|G_i|}{|Z(G_i)|} \leqslant \frac{|G_i|}{p}.$$

- Nach spätestens n Schritten

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

- Solange G_i nichttrivial ist, gilt nach dem vorherigen Korollar $|Z(G_i)| \geqslant p$. Also

$$|G_{i+1}| = \frac{|G_i|}{|Z(G_i)|} \leqslant \frac{|G_i|}{p}.$$

- Nach spätestens n Schritten erreichen

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

- Solange G_i nichttrivial ist, gilt nach dem vorherigen Korollar $|Z(G_i)| \geqslant p$. Also

$$|G_{i+1}| = \frac{|G_i|}{|Z(G_i)|} \leqslant \frac{|G_i|}{p}.$$

- Nach spätestens n Schritten erreichen wir

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

- Solange G_i nichttrivial ist, gilt nach dem vorherigen Korollar $|Z(G_i)| \geqslant p$. Also

$$|G_{i+1}| = \frac{|G_i|}{|Z(G_i)|} \leqslant \frac{|G_i|}{p}.$$

- Nach spätestens n Schritten erreichen wir die

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

- Solange G_i nichttrivial ist, gilt nach dem vorherigen Korollar $|Z(G_i)| \geqslant p$. Also

$$|G_{i+1}| = \frac{|G_i|}{|Z(G_i)|} \leqslant \frac{|G_i|}{p}.$$

- Nach spätestens n Schritten erreichen wir die triviale

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

- Solange G_i nichttrivial ist, gilt nach dem vorherigen Korollar $|Z(G_i)| \geqslant p$. Also

$$|G_{i+1}| = \frac{|G_i|}{|Z(G_i)|} \leqslant \frac{|G_i|}{p}.$$

- Nach spätestens n Schritten erreichen wir die triviale Gruppe.

- Eine Gruppe G heißt *nilpotent*, wenn die Folge

$$G_0 := G, \qquad G_{i+1} := G_i/Z(G_i)$$

nach endlich vielen Schritten die triviale Gruppe erreicht.

Korollar. Jede endliche p-Gruppe ist nilpotent.

Beweis. • Sei $|G| = p^n$. Alle Gruppen G_i sind ebenfalls p-Gruppen.

- Solange G_i nichttrivial ist, gilt nach dem vorherigen Korollar $|Z(G_i)| \geqslant p$. Also

$$|G_{i+1}| = \frac{|G_i|}{|Z(G_i)|} \leqslant \frac{|G_i|}{p}.$$

- Nach spätestens n Schritten erreichen wir die triviale Gruppe. □

1. Wiederholung

2. Beispiele

3. Konjugation und p-Gruppen

4. Satz von Cauchy

Satz. (Cauchy)

Satz. (Cauchy)

Satz. (Cauchy) Sei

Satz. (Cauchy) Sei G

Satz. (Cauchy) Sei G eine

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$.

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis.

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X :=$$

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1,$$

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots,$$

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in$$

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p =$$

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt:

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| =$

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$,

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1,$$

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2,$$

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots,$$

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto$$

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2,$$

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots,$$

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p,$$

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p.

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g,$

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots,$

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p =$

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

• Da

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

• Da $p \mid |X|$,

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

• Da $p \mid |X|$, muss

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

• Da $p \mid |X|$, muss die

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

• Da $p \mid |X|$, muss die Anzahl

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

• Da $p \mid |X|$, muss die Anzahl dieser

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

• Da $p \mid |X|$, muss die Anzahl dieser Tupel

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

• Da $p \mid |X|$, muss die Anzahl dieser Tupel durch

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

• Da $p \mid |X|$, muss die Anzahl dieser Tupel durch p

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

• Da $p \mid |X|$, muss die Anzahl dieser Tupel durch p teilbar

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

• Da $p \mid |X|$, muss die Anzahl dieser Tupel durch p teilbar sein.

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

• Da $p \mid |X|$, muss die Anzahl dieser Tupel durch p teilbar sein. Eines

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

• Da $p \mid |X|$, muss die Anzahl dieser Tupel durch p teilbar sein. Eines davon

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

• Da $p \mid |X|$, muss die Anzahl dieser Tupel durch p teilbar sein. Eines davon ist

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

• Da $p \mid |X|$, muss die Anzahl dieser Tupel durch p teilbar sein. Eines davon ist $(e,$

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

• Da $p \mid |X|$, muss die Anzahl dieser Tupel durch p teilbar sein. Eines davon ist $(e, \ldots,$

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

• Da $p \mid |X|$, muss die Anzahl dieser Tupel durch p teilbar sein. Eines davon ist $(e, \ldots, e)$.

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

• Da $p \mid |X|$, muss die Anzahl dieser Tupel durch p teilbar sein. Eines davon ist $(e, \ldots, e)$. Also

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

• Da $p \mid |X|$, muss die Anzahl dieser Tupel durch p teilbar sein. Eines davon ist $(e, \ldots, e)$. Also gibt

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

• Da $p \mid |X|$, muss die Anzahl dieser Tupel durch p teilbar sein. Eines davon ist $(e, \ldots, e)$. Also gibt es

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

• Da $p \mid |X|$, muss die Anzahl dieser Tupel durch p teilbar sein. Eines davon ist $(e, \ldots, e)$. Also gibt es mindestens

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

• Da $p \mid |X|$, muss die Anzahl dieser Tupel durch p teilbar sein. Eines davon ist $(e, \ldots, e)$. Also gibt es mindestens ein

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

• Da $p \mid |X|$, muss die Anzahl dieser Tupel durch p teilbar sein. Eines davon ist $(e, \ldots, e)$. Also gibt es mindestens ein weiteres.

Satz. (Cauchy) Sei G eine endliche Gruppe und p eine Primzahl mit $p \mid |G|$. Dann enthält G ein Element der Ordnung p.

Beweis. • Wir betrachten die Menge

$$X := \{(g_1, \ldots, g_p) \in G^p \mid g_1 \cdots g_p = e\}.$$

- Es gilt: $|X| = |G|^{p-1}$, also $p \mid |X|$.

• Die Gruppe $\mathbb{Z}/p$ wirkt auf X durch zyklische Verschiebung:

$$(g_1, g_2, \ldots, g_p) \mapsto (g_2, \ldots, g_p, g_1).$$

• Jede Bahn hat Länge 1 oder p. Die Bahnen der Länge 1 bestehen genau aus den Tupeln $(g, \ldots, g)$ mit $g^p = e$.

• Da $p \mid |X|$, muss die Anzahl dieser Tupel durch p teilbar sein. Eines davon ist $(e, \ldots, e)$. Also gibt es mindestens ein weiteres. □