Vorlesung Mathematik für Physiker
Lineare Algebra 1
Wintersemester 2019/2020

Hans-Peter Gittel
Universität Leipzig
Mathematisches Institut

Übungsaufgaben (9. Serie)

Abgabetermin: 06.01.2020

33. Berechne folgende Determinanten:

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 5 \end{vmatrix}, \quad \text{b)} \begin{vmatrix} \sqrt{3} & -\sqrt{3} & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & -\sqrt{2} \end{vmatrix}, \quad \text{c)} \begin{vmatrix} \alpha+\beta & \gamma & 1 \\ \beta+\gamma & \alpha & 1 \\ \gamma+\alpha & \beta & 1 \end{vmatrix}, \quad \text{d)} \begin{vmatrix} t & 2 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & t & -1 \\ 2 & t & -1 & -1 \\ t & -t & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

34. Prüfe, ob die folgenden Matrizen invertierbar sind, und berechne gegebenenfalls die jeweilige inverse Matrix:

$$\text{a)} \begin{pmatrix} 2+\mathrm{i} & -2 \\ 0,5 & -\mathrm{i} \end{pmatrix}, \quad \text{b)} \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ -2 & 0,25 & 0 \\ 3 & -0,4 & 0,5 \end{pmatrix}, \quad \text{c)} \begin{pmatrix} 0 & \alpha & \beta \\ -\alpha & 0 & \gamma \\ -\beta & -\gamma & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{d)} \begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

35. a) Untersuche, ob die Koeffizientenmatrix des folgenden linearen Gleichungssystems regulär ist, und bestimme gegebenenfalls die Lösung mittels Cramerscher Regel:

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & 2x_4 & = & 2, \\ 2x_1 & & & - & x_3 & & & = & -4, \\ & & x_2 & + & x_3 & & & = & 10, \\ & & & & x_3 & - & 2x_4 & = & 1. \end{array}$$

b) Löse das lineare Gleichungssystem $\begin{array}{rcrcl} (3+5\mathrm{i})z_1 & + & (4-7\mathrm{i})z_2 & = & 22+9\mathrm{i} \\ (2-6\mathrm{i})z_1 & + & (5-3\mathrm{i})z_2 & = & 33+7\mathrm{i} \end{array}$.
Gib jeweils Real- und Imaginärteil von z_1 und z_2 an.

36. a) Leite unter Verwendung der Ordnungsaxiome und der Folgerungen aus der Vorlesung folgende Rechenregel ab:

Wenn $0 < a < b$ *und* $0 < c < d$ *ist, so gilt* $ac < bd$
(Multiplikation gleichsinniger Ungleichungen bei Positivität aller Glieder).

b) Es sei $a, b \in \mathbb{R}$ mit $|a+2| \leq 7 \cdot 10^{-3}$ und $|b-6| \leq 5 \cdot 10^{-3}$ gegeben. Schätze bestmöglich ab, d.h., bestimme die kleinste Fehlerschranke für folgende Ausdrücke:

$$|a+b-4|, \quad |a-b+8|, \quad |ab+12|, \quad \left|\frac{a}{b}+\frac{1}{3}\right|.$$

Frohe Weihnachten und die besten Wünsche für 2020 !