

Wichtige Reihen

$$\sum_{n=0}^{\infty} z^n = \frac{1}{1-z}$$

abs. konv. für $|z| < 1$

(geometrische Reihe)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

divergent

(harmonische Reihe)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} (= \ln 2)$$

konvergent

(Leibnizsche Reihe)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left(= \frac{\pi^2}{6} \right)$$

konvergent

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$$

konvergent für $\alpha > 1$

divergent für $\alpha \leq 1$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} z^n =: e^z$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} z^{2n+1} =: \sin z$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} z^{2n} =: \cos z$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!} z^{2n+1} = \sinh z$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n)!} z^{2n} = \cosh z$$

alle absolut konvergent für $z \in \mathbb{C}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} z^n = \ln(1+z)$$

absolut konvergent für $|z| < 1$.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \binom{\beta}{n} z^n = (1+z)^\beta, \quad \beta \in \mathbb{R}$$

absolut konvergent für $|z| < 1$ (binomische Reihe).