

Privatdozent Dr. Claus Diem
diem@math.uni-leipzig.de

ALGEBRAISCHE TOPOLOGIE
ÜBUNGSBLATT NR. 12

Aufgabe 1. Zeigen Sie: Für zwei Überlagerungen $X_1 \rightarrow B_1$ und $X_2 \rightarrow B_2$ ist auch das Produkt $X_1 \times X_2 \rightarrow B_1 \times B_2$ eine Überlagerung.

Man kann diese Aufgabe bei einer der anderen Aufgaben verwenden ...

Aufgabe 2. Geben Sie Überlagerungen $p : X \rightarrow B$ und $q : B \rightarrow C$ an, deren Komposition keine Überlagerung ist.

Aufgabe 3. Es seien A und B topologische Räume und $f : A \rightarrow B$ stetig. Geben Sie zu diesen Daten einen kovarianten Funktor $\text{Cov}(B) \rightsquigarrow \text{Cov}(A)$ an. (Dieser gesuchte Funktor heißt *Basiswechsel-Funktor* oder *Pullback-Funktor* ...)

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass die Abbildung $\exp : \mathcal{C} \rightarrow \mathbb{C}^*$ eine Überlagerung ist.

Aufgabe 5. Beweisen oder widerlegen Sie:

- Es sei X ein topologischer Raum mit einer Überlagerungsoperation durch eine Gruppe G . Dann ist der Gruppenhomomorphismus $G \rightarrow \text{Aut}(X/B)$ injektiv.
- Es sei X ein topologischer Raum mit einer Überlagerungsoperation durch eine Gruppe G . Dann ist der Gruppenhomomorphismus $G \rightarrow \text{Aut}(X/B)$ surjektiv.
- Es sei $p : X \rightarrow B$ eine Überlagerung. Dann operiert $\text{Aut}(X/B)$ als Überlagerungsoperation auf X .

Aufgabe 6. Es sei X ein topologischer Raum mit einer Überlagerungsoperation durch eine Gruppe G . Es sei $p : X \rightarrow X/G$ die Projektion. Sei nun $H \leq G$. Zeigen Sie, dass die induzierten Abbildungen $X \rightarrow X/H$ und $\bar{p} : X/H \rightarrow X/G$ Überlagerungen sind.