Analysis für Informatik
Wintersemester 2019/20

Mathematisches Institut
Universität Leipzig
Dr. Ulrich Hirth

Übungsblatt 2

Abgabe: Dienstag, 29.10.19, 11:15 Uhr, Hörsaal 10

Jede Abgabe ist in der **Kopfzeile des Deckblatts** mit
Name, Vorname, Matrikelnummer, Lehrkraft, Buchstabe der Übungsgruppe
zu versehen.

Alle Lösungen sind anhand von aus der Vorlesung gegebenen Definitionen, Formlen und Sätzen zu begründen bzw. zu beweisen!

Themen: Vollständige Induktion und ϵ-Kriterium für Folgenkonvergenz

Aufgabe 0.1. *(3 Punkte)*
Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass für jedes $n \in \mathbb{N}$ die Gleichung

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6} n (n+1)(2n+1)$$

gilt.

Aufgabe 0.2. *(3 Punkte)*
Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass für jedes $n \in \mathbb{N}$ die Gleichung

$$\sum_{k=1}^{n} (2k-1)^2 = \frac{1}{3} n (2n-1)(2n+1)$$

gilt.

Definition 0.3. **(ϵ-Kriterium für Folgenkonvergenz)**
Eine reelle Zahlenfolge $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ *konvergiert* gegen $a \in \mathbb{R}$ genau dann, wenn

$$\forall \epsilon > 0 : \exists N = N(\epsilon) : \quad |a_n - a| < \epsilon, \ \forall n \geq N.$$

Aufgabe 0.4. *(2+2 Punkte)*
Gegeben seien die Folgen $(a_n)_{n=0}^{\infty}$:

1. $a_n = \frac{1}{\sqrt{n}},\ n \in \mathbb{N}, n \geq 1$
2. $a_n = \frac{n+2}{n+1},\ n \in \mathbb{N}$

Stellen sie für den Grenzwert von $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ eine Vermutung auf und beweisen Sie Ihre Vermutung anhand der obigen Definition.