

Grundlagen der Mathematik
Übungsaufgaben
Serie 12

Hinweis

Bitte vermerken Sie auf jedem Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. Geben Sie ferner an, an welchem Wochentag und zu welcher Uhrzeit Ihre Übung stattfindet. Geben Sie Ihre Lösungen bis Mittwoch, 22.01.2020, 09:15 Uhr (als vor Beginn der Vorlesung) im Hörsaal 5 oder im Postfach von S. Hintze in der 5. Etage des Neuen Augusteums ab.

Aufgabe 1

Die Zahl

$$4239^{214}$$

ist im Dezimalsystem eine 777-stellige Zahl. Untersuchen Sie, welchen Rest diese Zahl bei der Division durch 11 lässt. (5P)

Aufgabe 2

In der METHODISCH GEORDNETEN AUFGABENSAMMLUNG aus dem Jahre 1880 befindet sich folgende Aufgabe:

Die Zahl 600 ist so in zwei Teile zu zerlegen, dass der erste durch 22 und der zweite durch 17 teilbar ist.

- a) Begründen Sie, dass die Lösung der ursprünglichen Aufgabe mit Hilfe der linearen Kongruenz

$$600 \equiv 17x \pmod{22}$$

bestimmt werden kann. (2P)

- b) Ermitteln Sie alle $x \in \mathbb{Z}$, welche diese Kongruenz erfüllen. Bestimmen Sie anschließend alle natürlichen Zahlen, welche die Aufgabe aus der Aufgabensammlung lösen. (8P)

Aufgabe 3

- a) Beweisen Sie, dass es unendlich viele Quadratzahlen der Form

$$50^m - 50^n$$

mit $m, n \in \mathbb{N}_0$ gibt. (2P)

- b) Beweisen Sie, dass es keine Quadratzahl der Form

$$2020^m + 2020^n$$

mit $m, n \in \mathbb{N}_0$ gibt. (3P)