Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik

Übungsblatt 2 (Dr. Ulrich Hirth)

Abgabe: ~~8. November 2012~~

~~Hinweis: Bitte die Übungsblätter zu zweit abgeben!~~

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Ein Würfel werde 3 Mal geworfen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass

- (a) die Summe der Augenzahlen 12 ergibt.
- (b) die Augenzahl in jedem Wurf kleiner als 4 ist.
- (c) mindestens eine 6 gewürfelt wird.

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Zwei Studenten (Spieler 1 und Spieler 2) spielen ein Spiel. Jeder würfelt mit einem Würfel nur ein Mal. Derjenige mit der höheren Augenzahl gewinnt. Unentschieden ist möglich. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass

- (a) das Spiel unentschieden ausgeht.
- (b) Spieler 1 gewinnt.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Ein Topf enthalte drei 1 Euro Münzen und drei 2 Euro Münzen. Es werden genau drei Münzen

- (a) ohne zurücklegen
- (b) mit zurücklegen

gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau 4 Euro gezogen werden?

Aufgabe 4 (7 Punkte)

Ein Würfel werde n Mal geworfen. Gib eine Formel für die Berechnung der Wahrscheinlichkeit an, dass

- (a) alle Augenzahlen gleich sind.
- (b) alle Augenzahlen verschieden sind.
- (c) mindestens zwei Augenzahlen gleich sind.

Aufgabe 5 (6 Punkte)

Ein Tresor-Code bestehe aus 6 Ziffern, mögliche Ziffernwerte 0,1,...,9. Alle Ziffernkombinationen sind gleichwahrscheinlich. Der Besitzer hat die letzten zwei Ziffern vergessen, weiß jedoch, dass diese verschieden sind. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er den Code knackt, wenn er

- (a) 1 Versuch hat.
- (b) 3 Versuche hat.

Hinweis: bei b: Der Tresor-Besitzer geht logisch vor, d.h. er probiert keine Kombination doppelt.

Aufgabe 6 (6 Punkte)

Seien $A_1, \dots, A_n \subset \Omega$, $n \in \mathbb{N}$. Zeige folgende Ungleichungen:

(a) $\mathbb{P}(A_1 \cup \dots \cup A_n) \leq \mathbb{P}(A_1) + \dots + \mathbb{P}(A_n)$.

(b) $\mathbb{P}(A_1 \cup \dots \cup A_n) \geq \mathbb{P}(A_1) + \dots + \mathbb{P}(A_n) - \sum_{1 \leq i < j \leq n} \mathbb{P}(A_i \cap A_j)$.

(c) $\mathbb{P}(A_1 \Delta A_2) = \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) - 2\mathbb{P}(A_1 \cap A_2)$.

Hinweis: Die Siebformel führt nicht direkt zur Lösung!