

#### 4. Übungsblatt zu “Mathematik I für Wirtschaftswissenschaftler”

Leipzig, den 7.11.2019

13.) Beweisen Sie, dass jede reelle Intervallschachtelung – im Sinne von Definition 1.33 – höchstens einen inneren Punkt hat.

14.) Ein Kunde legt an einer Bank ein Guthaben von 5000 Euro zu folgender Kondition an:

i) zu einem Jahreszins von 3%,

ii) zu einem monatlichen Zins von 0,25%, wobei nach jedem Monat auch die erhaltenen Zinsen erneut verzinst werden.

Berechnen Sie jeweils das Endkapital nach einem Jahr.

15.) Untersuchen Sie, ob die nachstehenden Folgen konvergieren, und bestimmen Sie gegebenenfalls – mit Begründung – die Grenzwerte:

i)  $a_n = \frac{-2n^2+7n-17}{n^2-3n+8}$ ;

ii)  $b_n = \frac{n^3+1}{2n^2-1}$ ;

iii)  $c_n = \sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2-n}$ .

16.) Beweisen Sie:

i) Zu jedem  $b \in \mathbb{R}$  mit  $b > 1$  und zu jedem  $T \in \mathbb{R}$  mit  $T > 0$  gibt es ein  $N \in \mathbb{N}$ , so dass für alle  $n \in \mathbb{N}$  mit  $n \geq N$  gilt:

$$b^n > T.$$

ii) Für alle  $x \in \mathbb{R}$  mit  $|x| < 1$  ist die Folge  $(x^n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Nullfolge.

*Hinweise:*

i) kann mit Hilfe der Bernoullischen Ungleichung bewiesen werden. Benutzen Sie i) in ii).