

Kleiner Nachtrag (auf Anr. eines Studis hin):

Definition von „monoton steigend“:

Eine Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ von reellen Zahlen heißt monoton steigend, falls $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4 \leq \dots$
— falls also kurzgesagt $a_n \leq a_{n+1}$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

Mit Adverb „streng“ davor, falls sogar „ $<$ “ statt „ \leq “.
Ganz entsprechend: „[streng] monoton fallend“.

Definition von Nach-oben-Beschränktheit:

Eine Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ von reellen Zahlen heißt nach oben beschränkt, falls es eine sog. „obere Schranke“ S gibt, derartig dass $a_n \leq S$ für alle $n \in \mathbb{N}$. (obere Schranke)

Ganz entsprechend: „nach unten beschr.“ mit $a_n \geq s$.

Hilfreicher Sachverhalt (der sehr leicht beweisbar ist):

Eine reelle Zahlenfolge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ist beschränkt (d.h. sowohl nach unten als auch nach oben) genau dann, wenn es eine Beidseitig-Schranke M gibt, derartig dass $|a_n| \leq M$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

Absolutbetrag!

Weil das nämlich gleichbedeutend ist damit, dass

$-M \leq a_n \leq +M$ für alle $n \in \mathbb{N}$.