

7. Übungsblatt zu “Mathematik I für Wirtschaftswissenschaftler”

Leipzig, den 28.11.2019

25.) Bestimmen Sie – durch Rechnung – die kleinste natürliche Zahl n , für die gilt:

$$\sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} > 2,71828.$$

26.) Es seien a, b, c positive reelle Zahlen mit $b \neq 1 \neq c$. Beweisen Sie:

$$\log_b(a) = \frac{\log_c(a)}{\log_c(b)}.$$

Siehe hierzu auch Satz 2.24.

Hinweis: Setzen Sie $x := \log_b(a)$, $y := \log_c(a)$, $z := \log_c(b)$, und zeigen Sie:

$$c^y = c^{z \cdot x}.$$

27.) Gegeben seien die Abbildungen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ und $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ durch

$$f(x) := (x, 0), \quad g(x, y) := x.$$

- i) Berechnen Sie $(g \circ f)(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$.
- ii) Berechnen Sie $(f \circ g)(x, y)$ für alle $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
- iii) Untersuchen Sie alle vier Abbildungen $f, g, g \circ f, f \circ g$ auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität.

28.) Es seien $f : A \rightarrow B$ und $g : B \rightarrow C$ Abbildungen. Beweisen Sie:

- i) Sind f und g injektiv, so ist auch $g \circ f$ injektiv.
- ii) Sind f und g surjektiv, so ist auch $g \circ f$ surjektiv.
- iii) Ist $g \circ f$ injektiv, so ist auch f injektiv.
- iv) Ist $g \circ f$ surjektiv, so ist auch g surjektiv.