Notation

Wir werden die hier zusammengetragenen Begriffe und Symbole in der Vorlesung jeweils bei Bedarf einführen, diese Zusammenstellung dient also zur nochmaligen Übersicht.

Definition 1. Quantifikatoren / Quantoren Wir benutzen die Abkürzungen

- $\forall x \dots$ bedeutet "für alle x gilt ..."
- $\exists x \dots$ bedeutet "es gibt ein x so dass ..."

Weitere (logische und andere) Symbole:

- $\neg$ für nicht
- & für "und"
- $\Rightarrow$ für "impliziert" und auch $\curvearrowright$ im sehr ähnlichen Sinne von "also"
- $\Leftrightarrow$ für "genau dann wenn"
- $\lightning$ für "Widerspruch" (erzielt)
- # für Kardinalität, dh. Anzahl der Elemente einer Menge
- ☺, $\square$ für q.e.d, d.h. Beweis beendet
- für Warnung

Definition 2. Menge *(intuitive Definition von G. Cantor)* ist die Zusammenfassung von Objekten (Elementen) x , die eine bestimmte Eigenschaft ("$P(x)$ gilt") haben.

Wir schreiben $x \in M$ wenn x ein Element von M ist, d.h. zu M gehört(also wenn $P(x)$ gilt, und $x \notin M$ andernfalls.

Typischerweise studieren wir $\{x \in X \ : \ P(x)\}$, d.h. die Menge aller x aus einer (grossen fixen "Universal-")Menge X, für die die (mathematische) Aussage $P(x)$ wahr ist.

Wir sagen M ist Teilmenge von N (Notation $M \subset N$), wenn alle Elemente von M auch zu N gehören, d.h. $(x \in M) \Rightarrow (x \in N)$. Zwei Mengen M und N sind gleich wenn sie genau die gleichen Elemente haben, d.h. $M \subset N$ und $N \subset M$. (Statt "M ist Teilmenge von N" sagen wir oft M ist kleiner(oder auch kleiner gleich) N). Analog zur Ordnungsrelation für reelle Zahlen ist $M \subset N$ gleichbedeutend mit $N \supset M$. Wir schreiben $M \subsetneq N$ wenn $M \subset N$ und $M \neq N$ und sagen M ist *strikt* kleiner als N.

Aus gegebenen Mengen M, N konstruieren wir

- $M \cap N = \{x \ : \ x \in M \ \& \ x \in N\}$ Schnittmenge, Durchschnitt von M und N
- $M \cup N = \{x \ : \ x \in M \text{ oder } x \in N\}$ Vereinigung
- $M \setminus N = \{x \ : \ x \in M \ \& \ x \notin N\}$ Differenzmenge
- $M \times N = \{(x, y) \ : \ x \in M \ \& \ y \in N\}$ Produktmenge, wobei $(x, y) = (x', y')$ genau dann wenn $x = x'$ und $y = y'$ - geordnete Paare
- $\mathfrak{P}(M) = \{N \ : \ N \subset M\}$ die Potenzmenge von M

Spezielle Notation ist reserviert für

- $\emptyset$ leere Menge, enthält *kein* Element
- $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ natürliche Zahlen, manchmal $\mathbb{N}_+$ bezeichnet
- $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
- $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2 - 1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ ganze Zahlen
- $\mathbb{Q} = \{\frac{m}{n} \ : \ m \in \mathbb{Z} \ \& \ n \in \mathbb{N}_{(+)}\}$ rationale Zahlen

- $\mathbb{R}$ reellen Zahlen

Warnung: $\{\emptyset\} \neq \emptyset$!

Ausserdem bezeichnen wir Intervalle von ganzen oder reellen Zahlen durch die üblichen Notationen (die später flexibler gehandhabt werden):

- $\{k, \dots, m\} = \{l \in \mathbb{Z} : k \leq l \leq m\}$ wenn $k, m \in \mathbb{Z}$, das ist eine Teilmenge von $\mathbb{N}_0$ bzw. $\mathbb{N}$ wenn $k \in \mathbb{N}_0$ bzw. $k \in \mathbb{N}$,
- $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$ abgeschlossenes Intervall für $a, b \in \mathbb{R}$,
- $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$ offenes Intervall für $a \in \{-\infty\} \cup \mathbb{R}$ und $b \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$, wobei wir $\pm\infty$ nicht als Teil des (algebraischen) Körpers $\mathbb{R}$ betrachten können, aber annehmen, dass $\forall x \in \mathbb{R} : -\infty < x < \infty$.
- $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$ rechts offenes (halboffenes) Intervall für $a \in \mathbb{R}$ und $b \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$
- $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$ links offenes (halboffenes) Intervall für $a \in \{-\infty\} \cup \mathbb{R}$ und $b \in \mathbb{R}$.