Übungsaufgaben Lineare Algebra - 1. Serie

1. Durch Aufstellen von Wahrheitswertetafeln beweise man jeweils die logische Äquivalenz der folgenden Aussagen:

   (a) $p \wedge (q \vee r)$ und $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

   (b) $p \Longleftrightarrow q$ und $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

   (c) Aus (a) leite man das Distributivgesetz der Mengenlehre ab:

   $$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

2. Man beweise, dass für beliebige Mengen A und B (enthalten in einer Grundmenge M) die folgenden Aussagen äquivalent sind:

   (i) $A \subseteq B$ (ii) $A \cap B = A$ (iii) $A \cup B = B$ (iv) $B^c \subseteq A^c$.

   (A^c bezeichnet das Komplement der Menge A in der Grundmenge M, also $A^c = M \setminus A$.)

3. Unter Verwendung bekannter Rechenregeln für Mengenoperationen vereinfache man die folgenden Ausdrücke so weit wie möglich.

   (a) $(A^c \cup B)^c \cup (A \cap B)$

   (b) $B \cap (A \setminus B)$

   (c) $(A \cup B \cup C) \setminus (A \setminus (B \cup C))$

4. Die *symmetrische Differenz* zweier Mengen A und B ist definiert als

   $$A \triangle B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A).$$

   Man zeige: $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Abgabetermin: Mittwoch, 22. 10. 2014, vor der Vorlesung
Name, Matrikel-Nr. und Übungsgruppe auf den Lösungen angeben.

Hinweis zu den Aufgaben 1.(c) und 2.: Man führe die mengentheoretischen Behauptungen auf Aussagen über die Elemente dieser Mengen zurück und benutze dann aussagenlogische Argumente.
(Z.B. ist $A = B$ definiert durch $x \in A \Longleftrightarrow x \in B$,
$x \in A \cap B$ ist logisch äquivalent zu $(x \in A) \wedge (x \in B)$ usw.)