1. Übung zur Vorlesung Lineare Algebra
für Grund-, Mittel- und Förderschullehramt

Mathematisches Institut, Universität Leipzig

Dozent: Dr. Jan-David Hardtke

Abgabe: Bis **Montag 19.4.** um **12 Uhr** im Moodle-Kurs bei Frau Kliem. Alle Abgaben sind mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer zu versehen. Die Übungen müssen selbstständig bearbeitet werden (keine Partnerabgabe).

Aufgabe 1 (3 Punkte)**.**
Seien A, B und C beliebige Mengen. Zeigen Sie

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C).$$

Hinweis: Venn-Diagramme mögen hilfreich zur Veranschaulichung sein, stellen jedoch keine Beweise dar.

Aufgabe 2 (2+2 Punkte)**.** Untersuchen Sie folgende Abbildungen auf Injektivität und Surjektivität und bestimmen Sie ggf. die Umkehrabbildung.

(a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) := x^2 + 2x$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

(b) $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$g(x) := \begin{cases} 3x^2 & \text{für } x \geq 0, \\ x^3 & \text{für } x < 0. \end{cases}$$

Hinweis: Das Skizzieren der Funktionsgraphen kann nützlich für die Anschauung sein, ist aber kein Beweis.

Aufgabe 3 (1+1+1 Punkte)**.** Gegeben seien Mengen A, B und C und Funktionen $g : A \to B$ und $f : B \to C$. Beweisen Sie:

(i) Sind f und g injektiv, so ist auch $f \circ g$ injektiv.

(ii) Sind f und g surjektiv, so ist auch $f \circ g$ surjektiv.

(iii) Sind f und g bijektiv, so ist auch $f \circ g$ bijektiv und für die Umkehrabbildung gilt $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$.