Walter Wenzel
Universität Leipzig
Mathematatik II für Wirtschaftswissenschaftler

Kommentare zum Kapitel 1.2 – Unterräume

Definitionsgemäß – siehe Definition 1.9 – ist eine (nichtleere) Teilmenge M von $\mathbb{R}^n$ genau dann ein Unterraum von $\mathbb{R}^n$, wenn M abgeschlossen ist gegenüber den Operationen der Addition – von Elementen in M – und der Multiplikation mit "Skalaren", das heißt: mit reellen Zahlen. Die bereits in Kapitel 1.1 eingeführten Begriffe – wie etwa *Basen* – werden auf Unterräume übertragen. Alle Basen eines Unterraums haben gleich viele Elemente; diese gemeinsame Anzahl von Basiselementen ist definitionsgemäß die Dimension des Unterraums.

Es sei auf folgenden wichtigen Zusammenhang zur Geometrie hingewiesen; siehe dazu auch die Beispiele 1.6:
Geraden in $\mathbb{R}^2$ oder in $\mathbb{R}^3$ sind – im Sinne von Definition 1.9 – nur dann Unterräume, wenn sie den Nullpunkt (oder Nullvektor) enthalten. Gleiches gilt für Ebenen in $\mathbb{R}^3$.

In der Geometrie sind aber auch solche Mengen sehr wichtig, die sich durch Verschiebung eines Unterraums ergeben. Diese spielen aber – für uns – an dieser Stelle noch keine Rolle, wohl aber später bei der Lösung Linearer Gleichungssysteme.

Man spricht auch genauer bei Unterräumen im Sinne von Kapitel 1.2 von *homogenen Unterräumen* und bei solchen, die aus diesen durch Verschiebung hervorgehen, von *affinen Unterräumen.*
So ist jede Gerade in $\mathbb{R}^2$ oder $\mathbb{R}^3$ eine affine Gerade; jede Ebene in $\mathbb{R}^3$ ist eine affine Ebene.

Beispielsweise ist die Gerade

$$g := \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \,|\, x_2 = x_1 + 1\}$$

eine affine Gerade, aber kein (homogener) Unterraum von $\mathbb{R}^2$, weil g nicht den Nullpunkt enthält.