

Korrekturen zum Skript der Vorlesung

“Mathematik II für Wirtschaftswissenschaftler”

In dieser Auflistung sollen – zumindest sinnentstellende – Fehler des Skriptums korrigiert werden. Dabei wird allerdings kein Anspruch auf Vollständigkeit erhoben.

Seite 8:

In der letzten Zeile von Definition 1.2 muss es heißen:

$$\vec{x} + \vec{y} = \begin{pmatrix} x_1 + y_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n + y_n \end{pmatrix}.$$

Seite 10:

In der zweiten Zeile von Definition 1.3 ist v_n durch v_k zu ersetzen.

Analog ist in der Definition von $\text{span}(M)$ – in Definition 1.4 – die Aufzählung $i = 1 \dots n$ zu ersetzen durch $i = 1 \dots k$.

Seite 16:

In der Bemerkung, die den – wichtigen – Austauschsatz von Steinitz betrifft, lautet die neue Basis: $\{v_1, \dots, v_{l-1}, w, v_{l+1}, \dots, v_n\}$.

Der Vektor v_l wurde also gegen den Vektor w ausgetauscht.

Seite 20:

in den Beispielen 1.6 ist zu ergänzen: \mathbb{R}^2 (bzw. \mathbb{R}^3) selbst ist auch Unterraum von \mathbb{R}^2 (bzw. \mathbb{R}^3).

Seite 22:

In Beispiel 1.8 ist die angegebene Basismenge nicht Basis von M selbst, sondern von dem – erst in Kapitel 1.3 betrachteten – Unterraum M^\perp .

Die Menge $\{(1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)\}$ ist eine Basis von M .

Seiten 31 – 33:

In Satz 1.4 sollte der gegebene Vektorraum ersetzt werden durch \mathbb{R}^n ; sonst hätte die Zahl d zwei verschiedene Bedeutungen.

Dann heißt es also: “Sei $H \subset \mathbb{R}^n \dots$ ”

Ferner ist die vierte Zeile auf Seite 33 zu ersetzen durch:

$$x_1^H - x_2^H = x_2^\perp - x_1^\perp.$$

Eine korrigierte Fassung von Satz 1.4 – mit einem ausführlicherem Beweis – findet man in den Kommentaren zu Kapitel 1.3.

Seite 40:

In der Bemerkung sind einige Indizes abzuändern. Wegen der grundsätzlichen Bedeutung hier die korrekte volle Fassung:

Eine $n \times k$ -Matrix M hat n **Zeilen** und k **Spalten** bzw.

k **Spaltenvektoren** $M_1, \dots, M_k \in \mathbb{R}^n$ bzw.

n **Zeilenvektoren** $M^1, \dots, M^n \in \mathbb{R}^k$.

Schreibweise: $M = (M_i^j)_{i=1, \dots, n}^{j=1, \dots, k}$ für die **Einträge** $M_i^j \in \mathbb{R}$ in der j -ten Zeile und der i -ten Spalte.

Seite 49:

In der letzten Zeile muss es heißen: “Die Komponentenweise Subtraktion von Zeilen.”

Seiten 53 – 56:

Satz 1.9 – und damit auch Korollar 1.4 – sind in vorliegender Form falsch.

Ein Gegenbeispiel wird im zweiten Teil der Kommentare zu Kapitel 1.5 vorgestellt.

Seite 61:

Im Beweis von Lemma 1.2 muss die letzte Zeile lauten:

$$(s_1 - t_1)v_1 + \dots + (s_k - t_k)v_k.$$

Seite 68:

In der ersten Zeile in Lemma 1.4 ist $\mathbb{R}^{n(k+1)}$ zu ersetzen durch $\mathbb{R}^{n \times (k+1)}$.

Seite 106:

In der Gleichung zum **Laplace’schen Entwicklungssatz** muss unter dem Summenzeichen stehen: $i = 1$ (statt $i = j$). Die Summe besitzt also n Summanden.

Siehe hierzu auch die Kommentare zu Kapitel 1.7.

Seite 123:

In der letzten Zeile der Gleichungskette ist der Vektor $\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ 0 \end{pmatrix}$ zu ersetzen durch $\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Dieser Vektor spannt also den Eigenraum zu λ_1 auf.

Seite 124:

In der Bemerkung sind v_1 und v_2 Eigenvektoren der Matrix A ; es fehlt die Angabe der Matrix A – nicht die Definition, sondern lediglich der Buchstabe.

Seite 142:

In der ersten Behauptung von Satz 2.2 muss stehen: \dot{M} ist offen.

Seite 144:

In der vorletzten Zeile in den Beispielen 2.1 muss stehen:

$]a_1, b_1[\times]a_2, b_2[\subset \mathbb{R}^2$ weder offen noch abgeschlossen.

Seite 160:

In der dritten Zeile von unten muss stehen: $F(x) := h(f_1(x), \dots, f_l(x))$.

Seite 169:

Die Gleichung $h(t) := f(x_1, \dots, x_{k_1}, t, x_{k+1}, \dots, x_n)$ ist zu ersetzen durch:

$$h(t) := f(x_1, \dots, x_{k-1}, t, x_{k+1}, \dots, x_n).$$

Seite 171:

In Beispiel 2.8 ist $\partial_z f(x, y, z) = \cos(xye^{xz}) \cdot x^2 ye^{xz}$.

Seite 179:

In Beispiel 2.11 ist

$$\tau_z(x) = f(z) + \nabla f(z) \bullet (x - z) = e^6 + \begin{pmatrix} 2e^6 \\ 3e^6 \end{pmatrix} \bullet (x - z).$$

Der vordere Faktor “4” im letzten Term ist also zu streichen.

Seite 181:

In Beispiel 2.13 ist

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \frac{y\sqrt{x^2+y^2} - xy \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}}{x^2+y^2}.$$

Seite 182:

In Beispiel 2.14 ist

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\partial f}{\partial x}(x_k, y_k) = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2}(\frac{1}{k})^2 - \frac{1}{\sqrt{2}}(\frac{1}{k})^2}{2(\frac{1}{k})^2}.$$

Hinter dem Minuszeichen ist also $\frac{1}{2}$ zu ersetzen durch $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Der Rest der Rechnung ist dann aber richtig.

Seite 183:

In Beispiel 2.15 folgt mit $x = (\frac{1}{k}, \frac{1}{k})$: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}k}$, also $\frac{|f(x) - \tau_0(x)|}{d(x,0)} = \frac{1}{2} \neq 0$.

Seite 193:

In Definition 2.23 ist $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ auf \mathbb{R}^n definiert – und nicht auf \mathbb{R}^m .

Seite 197:

In dem angegebenen Spaltenvektor ist die erste Koordinate natürlich $\sin(x \cdot y)$ statt $\sin(x, y)$.

Seite 210:

In Beispiel 2.29 ist $\nabla f(x, y) = \begin{pmatrix} 2x \\ 3y^2 \end{pmatrix}$.

Seite 218:

In Definition 2.29 ist $x \in \overset{\circ}{D} \subset D$.

Seite 238:

In Beispiel 2.37 ist $\det(\nabla^2 f)[x, y] = \sin^2(x)\sin^2(y) - \cos^2(x)\cos^2(y)$.

Seite 246:

In Satz 2.19 muss vorausgesetzt werden, dass $\nabla g(x)$ nicht der Nullvektor ist.

Für eine Beweisidee und ein Gegenbeispiel im Falle $\nabla g(x) = 0$ siehe die Ergänzungen zu Kapitel 2.8.

Seite 250:

In der Gleichungskette in der dritten Zeile muss am Ende $\lambda \cdot \nabla g(x, y)$ stehen – statt $\nabla g(x, y)$.

Seite 254 und 256:

In Beispiel 2.43 ist $f(x, y) = x^2 + 5y^3$; jedenfalls wird mit dieser Funktion weiter gerechnet.

Der Funktionswert im letzten kritischen Punkt ist dann $\frac{671}{675}$.

(Der angegebene Wert $\frac{1997}{675}$ wäre für $f(x, y) = 3x^2 + 5y^3$ richtig gewesen; mit dieser Funktion wird aber vorher nicht gerechnet.)

Analog ergibt sich in den kritischen Punkten $(1, 0)$ und $(-1, 0)$ jeweils der Funktionswert 1 statt 3.

Seite 255:

Am Ende der Seite ist $|\lambda| = \frac{15}{2}$ – statt $|\lambda| = \frac{2}{15}$; das ist aber an dieser Stelle nicht mehr so entscheidend.