

1. Übungsblatt zu “Mathematik II für Wirtschaftswissenschaftler”

Leipzig, den 15.4.2021

- 1.) Entscheiden Sie – mit Begründung, welche der folgenden Teilmengen I_1, I_2 von \mathbb{R}^3 linear unabhängig sind:

$$I_1 := \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 15 \end{pmatrix} \right\}, \quad I_2 := \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 11 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

- 2.) In \mathbb{R}^3 seien die beiden Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix}$$

gegeben. Geben Sie – mit Begründung – zwei weitere Vektoren $v_3, v_4 \in \mathbb{R}^3$ an, so dass jede dreielementige Teilmenge von $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ linear unabhängig ist.

- 3.) Geben Sie – mit Begründung – eine unendliche Teilmenge X von \mathbb{R}^3 an, so dass jede dreielementige Teilmenge von X linear unabhängig ist.

Hinweis: Sie können alle Vektoren in X so wählen, dass die erste Koordinate jeweils den Wert 1 aufweist.

- 4.) Drei Molkereien M_1, M_2, M_3 produzieren Joghurt, Quark, Frischkäse und Milch, wobei der Produktionsausstoß pro Tag – wie im Standard-Beispiel der Vorlesung – durch folgende drei Spaltenvektoren beschrieben wird:

$$m_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad m_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad m_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie eine notwendige Bedingung dafür an, dass ein Nachfrage-Vektor

$$n = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \end{pmatrix}$$

mit lauter positiven Koordinaten durch geeignete Arbeitszeiten der Molkereien exakt erzielt werden kann.