

1. Übungsblatt zu “Mathematik II für Wirtschaftswissenschaftler”

Leipzig, den 15.4.2021

- 1.) Entscheiden Sie – mit Begründung, welche der folgenden Teilmengen  $I_1, I_2$  von  $\mathbb{R}^3$  linear unabhängig sind:

$$I_1 := \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 15 \end{pmatrix} \right\}, \quad I_2 := \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 11 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

- 2.) In  $\mathbb{R}^3$  seien die beiden Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix}$$

gegeben. Geben Sie – mit Begründung – zwei weitere Vektoren  $v_3, v_4 \in \mathbb{R}^3$  an, so dass jede dreielementige Teilmenge von  $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  linear unabhängig ist.

- 3.) Geben Sie – mit Begründung – eine unendliche Teilmenge  $X$  von  $\mathbb{R}^3$  an, so dass jede dreielementige Teilmenge von  $X$  linear unabhängig ist.

*Hinweis:* Sie können alle Vektoren in  $X$  so wählen, dass die erste Koordinate jeweils den Wert 1 aufweist.

- 4.) Drei Molkereien  $M_1, M_2, M_3$  produzieren Joghurt, Quark, Frischkäse und Milch, wobei der Produktionsausstoß pro Tag – wie im Standard-Beispiel der Vorlesung – durch folgende drei Spaltenvektoren beschrieben wird:

$$m_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad m_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad m_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie eine notwendige Bedingung dafür an, dass ein Nachfrage-Vektor

$$n = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \end{pmatrix}$$

mit lauter positiven Koordinaten durch geeignete Arbeitszeiten der Molkereien exakt erzielt werden kann.