

3. Übung zur Vorlesung Lineare Algebra
für Grund-, Mittel- und Förderschullehramt

Mathematisches Institut, Universität Leipzig

Dozent: Dr. Jan-David Hardtke

Abgabe: Bis **Montag 3.5.** um **12 Uhr** im Moodle-Kurs bei Frau Kliem.
Alle Abgaben sind mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer zu versehen.
Die Übungen müssen selbstständig bearbeitet werden (keine Partnerabgabe).

Aufgabe 1 (2+2 Punkte).

Berechnen Sie mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus:

(a) $\text{ggT}(2037, 889)$

(b) $\text{ggT}(4191, 1551)$

Geben Sie jeweils Ihren Rechenweg mit an.

Aufgabe 2 (3+1 Punkte). Auf der Menge $\mathbb{R}^3 := \{(a, b, c) : a, b, c \in \mathbb{R}\}$
definieren wir eine Verknüpfung durch

$$(a_1, b_1, c_1) * (a_2, b_2, c_2) := (a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2 + a_1 b_2).$$

- 1) Zeigen Sie, dass $(\mathbb{R}^3, *)$ eine Gruppe bildet.
- 2) Zeigen Sie, dass $(\mathbb{R}^3, *)$ nicht kommutativ ist.

Bemerkung: $(\mathbb{R}^3, *)$ ist die sogenannte *Heisenberg-Gruppe*, die in der Quantenmechanik von Bedeutung ist.

Aufgabe 3 (2 Punkte). Sei $(G, *)$ eine Gruppe und seien $a, b \in G$.
Zeigen Sie:

$$a * b = b * a \quad \Rightarrow \quad a * b^{-1} = b^{-1} * a$$