

## Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit ist der Behandlung verschiedener Fragen aus dem Umfeld matrizieller Versionen klassischer Potenzmomentenprobleme gewidmet.

Nach dem einleitenden Kapitel 1, welches auf die Geschichte der Behandlung von Momentenproblemen eingeht, beleuchtet Kapitel 2 zunächst die innere Struktur Hankel-nichtnegativ definiter Folgen komplexer  $q \times q$ -Matrizen. Diese Klasse steht in enger Beziehung zum matriziellen Hamburgerschen Momentenproblem. Insbesondere werden Resultate zur Hankel-nichtnegativ definiten Fortsetzbarkeit solcher Folgen sowie eine Parametrisierung gewisser Klassen Hankel-nichtnegativ definiter Folgen komplexer  $q \times q$ -Matrizen bereitgestellt. Abschließend wird eine matrizielle Verallgemeinerung orthogonaler Polynome auf der reellen Achse betrachtet. Hierbei stehen Aspekte der rekursiven Konstruktion sowie die Lage der Nullstellen im Vordergrund.

Kapitel 3 ist der Konstruktion eines Schur-Typ-Algorithmus für endliche oder unendliche Folgen komplexer  $q \times q$ -Matrizen gewidmet. Dieser Algorithmus, welcher auf einer Verallgemeinerung des Konzepts der Inversion von Potenzreihen basiert, läßt die Klasse der Hankel-nichtnegativ definiten Folgen sowie verschiedene markante Teilklassen dieser Klasse invariant. Im Falle einer Hankel-nichtnegativ definiten Folge läßt sich deren kanonische Hankel-Parametrisierung in Termen der durch den Schur-Typ-Algorithmus mit ihr assoziierten Parameterfolge beschreiben. Hierdurch wird insbesondere eine rekursive Konstruktion der kanonischen Hankel-Parametrisierung möglich.

In Kapitel 4 wird über den Zugang der Potapovschen Fundamentalen Matrixungleichung und unter Verwendung der in Kapitel 3 betrachteten Matrixpolynome eine konkrete molekulare Lösung einer speziellen Version des finiten matriziellen Hamburgerschen Momentenproblems bereitgestellt. Hierauf aufbauend werden konstruktive Beweise bekannter Lösbarkeitskriterien verschiedener Versionen finiter matrizieller Hamburgerscher Momentenprobleme angegeben. Des weiteren wird eine explizite Darstellung dieser Lösung als matrizielle Linearkombination von Dirac-Maßen erhalten.

Kapitel 5 ist der Herleitung von Charakterisierungen der eindeutigen Lösbarkeit verschiedener Versionen finiter matrizieller Hamburgerscher Momentenprobleme gewidmet.

Kapitel 6 ist der Behandlung von Matrixversionen der Momentenprobleme von Stieltjes und Hausdorff gewidmet. Hierbei wird zunächst gezeigt, daß sich aus der in Kapitel 4 betrachteten speziellen Lösung durch Einschränkung Lösungen finiter matrizieller Potenzmomentenprobleme auf gewissen Teilmengen der reellen Achse gewinnen lassen. Dies wird zur Vereinfachung des Beweises eines bekannten Lösbarkeitskriteriums des finiten matriziellen Hausdorffschen Momentenproblems mit einer geraden Anzahl vorgegebener Potenzmomente genutzt. Weiterhin werden zu Kapitel 2, 4 und 5 analoge Untersuchungen für finite matrizielle Momentenprobleme vom Stieltjes-Typ auf dem Intervall  $[\alpha, +\infty)$  sowie für Klassen von Folgen komplexer  $q \times q$ -Matrizen, welche zu diesen in Beziehung stehen, durchgeführt.