Bibliographische Beschreibung

Kolb, Stefan Christoph Johannes

Differential Calculus on Quantum Complex Grassmann Manifolds
Universität Leipzig, Diss., 94 S., 49 Lit.

Zusammenfassung

Für die im Rahmen der Theorie der Quantengruppen existierenden Deformationen Grassmannscher Mannigfaltigkeiten $\mathcal{O}_q(\mathrm{Gr}(r,N))$ im Quantenuntergruppenfall wird ein kovarianter Differentialkalkül erster Ordnung (DKEO) (nach Woronowicz) konstruiert. Dieser Kalkül $\Gamma_q^1(\mathrm{Gr}(r,N))$ hat die Dimension $2r(N-r)$ und läßt sich als direkte Summe zweier $r(N-r)$-dimensionaler Kalküle schreiben. Die Konstruktionsmethode erlaubt explizite Rechnungen. So wird ein q-deformierter Chern-Charakter des tautologischen Bündels im universellen Kalkül höherer Ordnung zu $\Gamma_q^1(\mathrm{Gr}(r,N))$ konstruiert und gezeigt, dass seine homogenen Komponenten geschlossen und zentral sind.

Es sei $K \subset U$ eine Linkskoideal-Unteralgebra einer Hopfalgebra U und $\mathcal{C}$ eine K-halbeinfache Tensorkategorie endlichdimensionaler U-Moduln. Sei $\mathcal{A}$ die duale Hopfalgebra, die von den Matrixkoeffizienten der U-Moduln in $\mathcal{C}$ erzeugt wird und $\mathcal{B} \subset \mathcal{A}$ die Rechtskoideal-Unteralgebra der rechts-K-invarianten Elemente. Es wird bewiesen, dass in dieser Situation eine kanonische 1:1-Korrespondenz zwischen n-dimensionalen $\mathcal{A}$-kovarianten DKEO über $\mathcal{B}$ und gewissen $(n+1)$-dimensionalen Unterräumen (Quantentangentialräume) der dualen Koalgebra $\mathcal{B}^\circ$ besteht.

Quantentangentialräume werden verwendet, um alle kovarianten DKEO über $\mathcal{O}_q(\mathrm{Gr}(r,N))$ der Dimension $\leq 2r(N-r)$ zu bestimmen. Es zeigt sich, dass bis auf Ausnahmefälle in niedrigen Dimensionen nur die drei bereits konstruierten Kalküle existieren.

Außerdem werden mithilfe von Quantentangentialräumen (bis auf Ausnahmewerte für c) alle endlich-dimensionalen kovarianten DKEO über den von P. Podleś eingeführten Quantensphären $\mathcal{O}_q(\mathbb{S}^2_c)$ klassifiziert. Es wird gezeigt, dass für generisches c jeder endlich-dimensionale irreduzible kovariante DKEO genau einem irreduziblen $\mathcal{O}_q(\mathrm{SL}(2))$-Unterkomodul von $\mathcal{O}_q(\mathbb{S}^2_c)$ entspricht.