

MATHEMATIK FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLER II
ÜBUNGSBLATT NR. 5

Aufgabe 1

- a) Bestimmen Sie die Untersummen und die Obersummen zu den äquidistanten Teilungen für die Funktion f mit $f(x) := x^3$ auf dem Intervall $[0, 1]$.

Zeigen Sie mittels der berechneten Unter- und Obersummen, dass das Integral

$$\int_0^1 x^3 dx \text{ existiert und geben Sie seinen Wert an.}$$

- b) Wir betrachten die Funktion nun auf dem Intervall $[0, b]$ für ein beliebiges $b > 0$. Führen Sie nun die Aufgaben in a) für dieses Intervall durch.

Hinweis. Übungsblatt 4 vom ersten Semester ist hier hilfreich. Sie dürfen Aussagen von diesem Blatt ohne Beweis verwenden.

Aufgabe 2 Es sei f eine stetige Funktion auf einem Intervall I und F eine Stammfunktion von f . Seien außerdem $c, d \in \mathbb{R}$ fest.

- a) Wir wollen die Funktion $x \mapsto \frac{1}{c} \cdot F(cx + d)$ auf dem maximal möglichen Definitionsbereich betrachten. Wie lautet dieser? (Sie sollten eine sinnvolle Fallunterscheidung machen, je nachdem, welche Art von Intervall I ist.)
- b) Zeigen Sie: Die Funktion $x \mapsto \frac{1}{c} \cdot F(cx + d)$ ist eine Stammfunktion von $x \mapsto f(cx + d)$.

Aufgabe 3 Bestimmen Sie:

$$\int_2^3 (2x^4 + x^3 + 5x - 7) dx \quad \int_0^1 \sqrt{x+1} dx \quad \int_0^2 \frac{1}{\sqrt{2x}} dx$$
$$\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx \quad \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \frac{x+1}{x} dx \quad \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \frac{x}{x+1} dx$$

Aufgabe 4 Bestimmen Sie:

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 1} dx \quad \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} dx$$

Hinweis. Diese Aufgabe hat etwas mit Übungsblatt 3 zu tun.

Aufgabe 5 Entscheiden Sie, ob die folgenden Integrale positiv, negativ oder Null sind! Sie brauchen sie hierfür nicht auszurechnen.

$$\int_{-1}^1 \frac{x}{1 + x^4} dx \quad \int_{-1}^1 \frac{1}{2 + x^3} dx \quad \int_{-1}^1 \cos^2(x) dx$$
$$\int_{-1}^1 \tan(x) dx \quad \int_{-1}^1 \sin(x) \cos(x) dx \quad \int_{-1}^1 \cos(\max(x, 0)) dx$$

Abgabe. Am Freitag, 12.6., in der Übung oder bis dahin in den Übungsgruppen