Klausur zur Vorlesung Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II

am 5.8.2015, Zeit: 120 Minuten

Nachname ....

Prüflingsnummer ....

Unterschrift ....

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	Σ
erreichbare Punkte	3	7	5	9	15	9	12	60
erreichte Punkte								

Es sind keine Hilfsmittel (außer Stifte und Lineal) erlaubt.

Mit 30 Punkten haben Sie bestanden.

Wenn nicht anders angegeben, sind alle Aussagen zu begründen. Insbesondere sind stets Begründungen gefragt, wenn etwas "entschieden" werden soll.

Ausschließlich im Fall, dass etwas "angegeben" werden soll, ist keine Begründung gefragt.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (3 Punkte) Eine Bakterienkultur hat eine stetige Wachstumsrate von 100% pro Stunde. Wie groß ist die (diskrete) stündliche Wachstumsrate in etwa?

Entscheiden Sie sich für einen der folgenden Werte und begründen Sie Ihre Antwort kurz.

70% , 100% , 170% , 200% , 270%

Aufgabe 2 (7 Punkte)

a) (2 Punkte) Geben Sie die ersten vier Ableitungen der Funktion $f(x) = \sin(x)$ an.

b) (2 Punkte) Geben Sie die 100-ste und die 101-ste Ableitung der Funktion $f(x) = \sin(x)$ an.

c) (3 Punkte) Leiten Sie die Ableitung der Funktion $\tan(x)$ aus den Ableitungen von $\sin(x)$ und $\cos(x)$ (und allgemeinen Regeln über Differenzieren) her. Vereinfachen Sie das Ergebnis so weit wie möglich.

Aufgabe 3 (5 Punkte) Betrachten Sie die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}\ ,\ (x, y) \mapsto x^3 + x^2y^2 + xy^2 - 3\ .$$

a) (2 Punkte) Bestimmen Sie den Gradienten der Funktion.

b) (2 Punkte) Bestimmen Sie eine Gleichung der Tangente an die Höhenlinie der Funktion im Punkt $(1, 1)$.

c) (1 Punkt) Geben Sie die Tangente in c) in parametrisierter Form an.

Aufgabe 4 (9 Punkte) Bestimmen Sie die (globalen) Maximal- und Minimalstellen sowie die entsprechenden Funktionswerte der Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}\ ,\ (x, y) \mapsto 4x + y$$

unter der Nebenbedingung

$$x^2 + y^2 \leq 17\ .$$

Hinweis. Sie können voraussetzen, dass die Funktion auf der durch die Nebenbedingung gegebenen Menge ein Maximum und ein Minimum hat.

Aufgabe 5 (15 Punkte)

a) (6 Punkte) Bestimmen Sie die folgenden bestimmten Integrale:

$$\text{a1)} \int_3^5 x \cdot (\sqrt{x^2-9}\,)^3 \,\mathrm{d}x \qquad \text{a2)} \int_1^3 (x+3)\cdot e^x \,\mathrm{d}x$$

b) (9 Punkte) Bestimmen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

$$\text{b1)} \int \frac{x^2-4x+4}{x^2-4x+3}\,\mathrm{d}x \qquad \text{b2)} \int \frac{2x}{x^2+2x+10}\,\mathrm{d}x$$

Aufgabe 6 (9 Punkte) Es seien $a, b \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie die Lösungsmenge des Gleichungsystems

$$\begin{array}{rcrcrcr} -x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & = & -2 \\ -2x_1 & & & + & ax_3 & = & b \end{array}$$

in Abhängigkeit von a und b.

Aufgabe 7 (12 Punkte)

a) (6 Punkte) Geben Sie an, ob die folgenden Matrizen jeweils in reduzierter Zeilen-Stufenform sind. Begründen Sie Ihre Entscheidung für diejenigen Matrizen, für die dies *nicht* der Fall ist.

b) (4 Punkte) Bestimmen Sie die Kerne der Matrizen.

c) (2 Punkte) Geben Sie für die Matrizen A und B Basen der Kerne an.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad , \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$