Klausur zur Vorlesung Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

am 7.2.2015, Zeit: 120 Minuten

Nachname ....

Prüflingsnummer ....

Unterschrift ....

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	Σ
erreichbare Punkte	5	10	10	12	8	15	60
erreichte Punkte							

Es sind keine Hilfsmittel (außer Stifte und Lineal) erlaubt.

Mit 30 Punkten haben Sie bestanden.

Wenn nicht anders angegeben, sind alle Aussagen zu begründen.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (5 Punkte) Berechnen Sie:

$$(256)_8 \cdot (212)_8$$

Rechnen Sie hierbei im 8-er System, d.h. rechnen Sie nicht in das 10-er System um!

Aufgabe 2 (10 Punkte) Der Kurs einer Aktie hat sich wie folgt entwickelt:

Anfang 2007	11 €
Anfang 2008	19 €
Anfang 2009	22 €
Anfang 2010	15 €
Anfang 2011	11 €
Anfang 2012	20 €
Anfang 2013	25 €
Anfang 2014	30 €
Anfang 2015	45 €

Bestimmen Sie approximativ die durchschnittliche jährliche Wachstumsrate des Kurses für die folgenden Zeiträume:

a) von Anfang 2007 bis Anfang 2009 b) von Anfang 2009 bis Anfang 2011

c) von Anfang 2011 bis Anfang 2015 d) von Anfang 2007 bis Anfang 2015

Geben Sie die Approximation der Rate in der Form $x\%$ an, wobei x auf Zehner gerundet ist! (Mögliche Antworten sind somit beispielsweise 10% oder 20%, während beispielsweise 15% keine mögliche Antwort ist.)

Aufgabe 3 (10 Punkte)

a) (7 Punkte) Beweisen Sie: Für alle $n \geq 3$ gilt $5 \cdot n! > 3^n$.

b) (3 Punkte) Beweisen Sie, dass die Folge $\left(\frac{n!}{2^n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ gegen Unendlich divergiert! Sie können hierbei beliebige Aussagen aus der Vorlesung verwenden.

Aufgabe 4 (12 Punkte) Betrachten Sie die wie folgt definierte Funktion f mit Definitionsbereich $\mathbb{R}$:

$$f(x) := x^3 + 2x^2 - x + 2$$

a) (5 Punkte) Bestimmen Sie für jedes $\epsilon > 0$ ein $\delta > 0$ mit $|f(x) - f(1)| \leq \epsilon$ für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x - 1| \leq \delta$!

b) (5 Punkte) Bestimmen Sie für jedes $S \in \mathbb{R}$ ein $X \in \mathbb{R}$ mit $f(x) \geq S$ für alle $x \geq X$!

c) (2 Punkte) Wie kann man die Aussagen in a) und in b) begrifflich prägnant fassen?

In a) ist nicht nur die Angabe eines korrekten δ relevant, sondern auch eine nachvollziehbare Argumentation, dass das angegebene δ die gewünschte Eigenschaft hat. Analoges gilt für b).

Aufgabe 5 (8 Punkte) Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen! Vereinfachen Sie hierbei so weit wie möglich!

a) $f_1 : x \mapsto x^4 + 3x^2 - x + 1$

b) $f_2 : x \mapsto \ln(\ln(x))$

c) $f_3 : x \mapsto \frac{x^2-5x+1}{x+1}$

d) $f_4 : x \mapsto (x^2 + 1) \cdot e^{x^3+x+1}$

Hierbei sind die Definitionsbereiche die jeweils maximal möglichen mit den gegebenen Vorschriften. (Die Definitionsbereiche sind nicht wichtig für die Aufgabe.)

Aufgabe 6 (15 Punkte) Betrachten Sie die wie folgt definierte Funktion f mit Definitionsbereich $\mathbb{R}$:

$$f(x) := 3x^4 - 16x^3 + 6x^2 + 72x - 1$$

a) (2 Punkte) Geben Sie die Grenzwerte für $x \longrightarrow \infty$ und $x \longrightarrow -\infty$ an!

b) (5 Punkte) Bestimmen Sie die lokalen Maximalstellen und Minimalstellen von f, d.h. die x-Koordinaten der lokalen Maxima und Minima von f!

c) (3 Punkte) Bestimmen Sie die x-Koordinaten der Wendepunkte von f!

d) (1 Punkt) Geben Sie die maximalen Bereiche an, auf denen die Funktion monoton wachsend beziehungsweise monoton fallend ist!

e) (2 Punkte) Argumentieren Sie, dass die Funktion mindestens zwei Nullstellen hat!

f) (2 Punkte) Entscheiden Sie, ob die angegebene Funktion (mindestens) eine globale Maximalstelle hat, und ob sie (mindestens) eine globale Minimalstelle hat. Begründen Sie Ihre Antwort!

Hinweis. Die Ableitung von f hat eine ganzzahlige Nullstelle.