

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

gehalten von Claus Diem

Kapitel I. Mathematik für Kaufleute

**Auff der Linien
vnd Federn / den angehen-
den Rechnern / vnd allen Kauffhänd-
lern zu gut vnd nutz mit vielen schönen
Exempeln / auff allerley Handthie-
rung gemacht durch
Adam Risten.**

**Sampt zu end angeheuckten bött Warsa-
gung erstlichen Künstlichen Exempeln / dar-
durch die Gemäcker zu Lust der Arith-
metie gereizt werden.**

**Alle anzeigung der Märck vnd Messen der Stä-
den vnd Flecken / beneben der Münzsorten / so
in Teutschland gebräuchlich sind.**

**Tzwey aber mit sonderm fleiß durchlesen
vnd ineinrichtige Ordnung gebracht.**



M. D.

LXXXVI

*Sampt mit
vnd
am 24. 20. 11
1603*

Getruckt zu Franckfurt am Mayn.

Für dieses Kapitel ist keine Literatur relevant.

§1 Die vier Spezies

Die Addition

Nochmal:

$$\begin{array}{r} 1332,10 \\ + 20016,55 \\ + 4533,32 \\ + 78029,38 \\ \hline 111211 \\ \hline 103911,35 \end{array}$$

Vorzeichenfehler und Kommafehler sind die schlimmsten Fehler für Kaufleute!

Die Subtraktion

$$\begin{array}{r} 2183,218 \\ - 1226,521 \\ - \quad 253,342 \\ - \quad 302,932 \\ \hline 1 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \\ 0400,423 \end{array}$$

Die Multiplikation

$$\begin{array}{r} 3,72 \cdot 264 \\ \hline 1744 \\ + 2242 \\ + 11248 \\ \quad 11 \\ \hline 98208 \end{array}$$

Die Division

$$\begin{array}{r} 2352283 : 6 = 392047 + \frac{1}{6}, 1\bar{6}6 \\ - \underline{18} \\ 55 \\ - \underline{54} \\ 12 \\ - \underline{12} \\ 02 \\ - \underline{0} \\ 28 \\ - \underline{24} \\ 43 \\ - \underline{42} \\ 10 \\ - \underline{6} \\ 40 \\ - \underline{36} \\ 40 \end{array}$$

Statt ":" schreibt man in der Mathematik in der Regel "/".

Die Division



$$\begin{array}{r}
 412,2 : 3 = 137,4 \\
 \underline{-3} \\
 11 \\
 \underline{-9} \\
 22 \\
 \underline{-21} \\
 12 \\
 \underline{-12} \\
 0
 \end{array}$$



Andere Zahldarstellungen

Die Darstellung von Zahlen wie sie heute üblich ist, beruht auf einem sogenannten *Positionssystem*.

Grundlegend sind:

1. Wir haben die Ziffern 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.
2. Es kommt auf die Stelle an, an der eine Ziffer steht: Eine Verschiebung nach links bedeutet eine Multiplikation mit 10, eine Verschiebung nach rechts eine Division mit 10.

Andere Zahlssysteme

Man kann:

1. die zehn Ziffern durch andere Symbole ersetzen,
2. eine andere Anzahl von Ziffern wählen.

Andere Zahlssysteme

Man kann z.B. anstatt 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 benutzen:

• 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Von recht nach links:

9 8 7 6 5 4 3 2 1 •

Damit haben wir zum Beispiel:

$$1870 = 12 \cdot 100$$

Andere Anzahl

Die Anzahl der Ziffern (mit der 0) heißt die *Basis* des Positionssystems. Diese wird in der Regel mit b bezeichnet. Wir rechnen also zur Basis zehn, d.h. b ist zehn.

Wir haben:

$$\begin{aligned} 5236 &= 6 + 3 \cdot 10 + 2 \cdot 100 + 5 \cdot 1000 \\ &= 6 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^3 \end{aligned}$$

Andere Anzahl

Wir könnten aber z.B. auch das 7-er System benutzen:

Als Ziffern nehmen wir:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

Gezählt wird: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 20, 21, . . .

Bitte hier z.B. für 10 nicht “Zehn” sagen sondern “Eins-Null”!

Andere Anzahl

Die Basis des 7-er Systems schreiben wir *im 7-er System* also als

$$10 .$$

In der Schreibweise des 7-er Systems ist also

$$b = 10 .$$

In der Schreibweise des 10-er Systems ist hingegen

$$b = 7 .$$

Andre Anzahl

Im 7-er System gilt nun auch:

$$\begin{aligned} 5236 &= 6 + 3 \cdot 10 + 2 \cdot 100 + 5 \cdot 1000 \\ &= 6 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^3, \end{aligned}$$

aber die Zahl ist trotzdem eine andere, denn 10 ist nicht zehn sondern sieben.

Andere Anzahl

Wenn man in verschiedenen Systemen gleichzeitig rechnen will, muss man deutlich machen, wie die Ziffernkombinationen zu verstehen sind.

Wir schreiben $(\dots)_7$, wenn die Zahl im 7-er System angegeben ist und keine Klammern, wenn die Zahl im 10-er System angegeben ist.

Damit haben wir (mit $b = 7$):

$$(10)_7 = b = 7, (100)_7 = b^2 = 7^2 = 49$$

$$(1000)_7 = b^3 = 7^3 = 7 \cdot 49 = 343$$

$$(5236)_7 = 6 + 3 \cdot 7 + 2 \cdot 49 + 5 \cdot 343 = 1151$$

Andere Anzahl

Natürlich kann man auch eine andere Anzahl von Ziffern nehmen und andere Symbole.

Wenn man mehr als 10 Ziffern verwendet, muss man auch andere Symbole verwenden.

Z.B. verwendet man im 16-er System:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

§2 Umformungen

Gleichheit

Was bedeutet eigentlich:

$$7 + 5 = 12 ?$$

Antwort: Wenn wir von 7 ausgehend 5 Zahlen weiterzählen erhalten wir eine Zahl, und diese Zahl ist identisch mit der Zahl 12, d.h. zwölf.

Also: Auf beiden Seiten der Gleichung steht dasselbe, nämlich die Zahl zwölf, natürlich anders ausgedrückt.

Einheiten

Einheiten sind auch wichtig:

$$122 \text{ €} + 23 \text{ €} = 145 \text{ €}$$

“€” nicht vergessen!

Oder:

$$100 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 3 \text{ h} = 300 \text{ km}$$

Oder:

$$41 \frac{\text{€}}{\text{kg}} \cdot 5 \text{ kg} = 205 \text{ €}$$

Ausrechnen

Was ist

$$(55 + 66) \cdot (110 \text{ €} - 77 \text{ €}) + 1 \text{ €} \quad ?$$

So geht's:

$$(55 + 66) \cdot (110 \text{ €} - 77 \text{ €}) + 1 \text{ €} =$$

$$121 \cdot 33 \text{ €} + 1 \text{ €} =$$

$$3993 \text{ €} + 1 \text{ €} =$$

$$3994 \text{ €}$$

$$\text{NR: } 55 + 66 = 121 \quad ; \quad 110 - 77 = 33$$

$$\text{NR: } 121 \cdot 33 = 3630 + 363 = 3993$$

Ausrechnen

Was ist

$$(55 + 66) \cdot (110 \text{ €} - 77 \text{ €}) + 1 \text{ €} \quad ?$$

Auch OK (aber nicht ganz so gut):

$$55 + 66 = 121$$

$$110 - 77 = 33$$

$$121 \cdot 33 = 3993$$

$$3993 + 1 = 3994$$

Also:

$$(55 + 66) \cdot (110 \text{ €} - 77 \text{ €}) + 1 \text{ €} = 3994 \text{ €}$$

Ausrechnen

Was ist

$$(55 + 66) \cdot (110\text{€} - 77\text{€}) + 1\text{€} \quad ?$$

So bitte nicht!

$$(55 + 66) \stackrel{f}{=} 121 \cdot (110 - 77) =$$

$$121 \cdot 33 \stackrel{f}{=} 3993 + 1 \stackrel{f}{=} 3994\text{€}$$

... auch wenn 3994€ das Ergebnis auf die Aufgabe ist!

Ausrechnen

Was ist

$$(55 + 66) \cdot (110 \text{ €} - 77 \text{ €}) + 1 \text{ €} \quad ?$$

$$(55 + 66) \cdot (110 \text{ €} - 77 \text{ €}) + 1 \text{ €} =$$

$$121 \cdot 33 \text{ €} + 1 \text{ €} =$$

$$3993 \text{ €} + 1 \text{ €} =$$

$$3994 \text{ €}$$

$$\text{NR: } 55 + 66 = 121 \quad ; \quad 110 - 77 = 33$$

$$\text{NR: } 121 \cdot 33 = 3630 + 363 = 3993$$

Ausrechnen

Was ist

$$(55 + 66) \cdot (110 \text{ €} - 77 \text{ €}) + 1 \text{ €} \quad ?$$

$$(55 + 66) \cdot (110 \text{ €} - 77 \text{ €}) + 1 \text{ €}$$

$$= 121 \cdot 33 \text{ €} + 1 \text{ €}$$

$$= 3993 \text{ €} + 1 \text{ €}$$

$$= 3994 \text{ €}$$

$$\text{NR: } 55 + 66 = 121 \quad ; \quad 110 - 77 = 33$$

$$\text{NR: } 121 \cdot 33 = 3630 + 363 = 3993$$

Rechnen mit Einheiten

Frage. Ein Spinter läuft die 100 Meter in 10 Sekunden. Wie schnell läuft er im Durchschnitt in km/h ?

Lösung. Der Sprinter läuft im Durchschnitt 10 Meter pro Sekunde ($10\text{m}/s$).

$$1\text{km} = 1000\text{m} \quad , \quad 1\text{m} = \frac{1}{1000}\text{km}$$

$$1\text{h} = 3600\text{s} \quad , \quad 1\text{s} = \frac{1}{3600}\text{h}$$

$$1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{\frac{1}{1000}\text{km}}{\frac{1}{3600}\text{h}} = \frac{3600}{1000} \frac{\text{km}}{\text{h}} = 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$10 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Antwort. Der Sprinter läuft in Durchschnitt $36\text{km}/h$.

Rechnen mit Einheiten

Frage. Ein Spinter läuft die 100 Meter in 10 Sekunden. Wie schnell läuft er im Durchschnitt in km/h ?

Lösung mit direktem Einsetzen. Der Sprinter läuft im Durchschnitt 10 Meter pro Sekunde ($10\text{m}/s$).

$$1\text{km} = 1000\text{m} \quad , \quad 1\text{m} = \frac{1}{1000}\text{km}$$

$$1h = 3600s \quad , \quad 1s = \frac{1}{3600}h$$

$$10\frac{\text{m}}{\text{s}} = 10 \cdot \frac{1}{1000}\text{km} \cdot \frac{3600}{h} = 36\frac{\text{km}}{h}$$

Antwort. Der Sprinter läuft in Durchschnitt $36\text{km}/h$.

Rechnen mit Einheiten

An der Warenbörse Rotterdam wird Rohöl in der Einheit Dollar pro Barrel gehandelt. Im Handel in Deutschland ist die Einheit Euro pro Hektoliter (d.h. pro Hundert Liter) üblich. Ein Barrel sind 160 Liter.

Am 24.9.2014 betrug der Spotpreis (Direktkaufpreis) für Öl der Sorte Brent 96 Dollar pro Barrel. Ein Dollar war 0,8 Euro wert.

Wie hoch war in der Preis in Euro pro Hektoliter nach diesen Angaben?

Rechnen mit Einheiten

Am 24.9.2014 betrug der Spotpreis für Öl der Sorte Brent 96 Dollar pro Barrel. Ein Dollar war 0,8 Euro wert. Ein Barrel sind 160 Liter.

Lösung.

$$1\$ = 0,8\text{€}$$

$$1 \text{ Barrel} = 160 \text{ Liter} = 1,6 \text{ Hektoliter}$$

$$1 \frac{\$}{\text{Barrel}} = \frac{0,8\text{€}}{1,6 \text{ Hektoliter}} = \frac{1}{2} \frac{\text{€}}{\text{Hektoliter}}$$

$$96 \frac{\$}{\text{Barrel}} = 96 \cdot \frac{1}{2} \frac{\text{€}}{\text{Hektoliter}} = 48 \frac{\text{€}}{\text{Hektoliter}}$$

Antwort. Ein Hektoliter Erdöl der Sorte Brent kostete 48 €.

Rechnen mit Einheiten

Am 24.9.2014 betrug der Spotpreis für Öl der Sorte Brent 96 Dollar pro Barrel. Ein Dollar war 0,8 Euro wert. Ein Barrel sind 160 Liter.

Lösung mit direktem Einsetzen.

$$1\$ = 0,8\text{€}$$

$$1 \text{ Barrel} = 160 \text{ Liter} = 1,6 \text{ Hektoliter}$$

$$96 \frac{\$}{\text{Barrel}} = 96 \frac{0,8\text{€}}{1,6 \text{ Hektoliter}} = 96 \cdot \frac{1}{2} \frac{\text{€}}{\text{Hektoliter}} = 48 \frac{\text{€}}{\text{Hektoliter}}$$

Antwort. Ein Hektoliter Erdöl der Sorte Brent kostete 48 €.

Rechnen mit Einheiten

Am 24.9.2014 betrug der Spotpreis für Öl der Sorte Brent 96 Dollar pro Barrel. Ein Dollar war 0,8 Euro wert. Ein Barrel sind 160 Liter.

Lösung à la Dreisatz.

$$1\$ = 0,8\text{€}$$

$$1 \text{ Barrel} = 160 \text{ Liter} = 1,6 \text{ Hektoliter}$$

$$1 \text{ Barrel} \hat{=} 96\$$$

$$1,6 \text{ Hektoliter} \hat{=} 76,8\text{€}$$

$$1 \text{ Hektoliter} \hat{=} 48\text{€}$$

Antwort. Ein Hektoliter Erdöl der Sorte Brent kostete 48 €.

Grundsätzliche Regeln

- ▶ “=” bedeutet “ist gleich”, d.h. “ist identisch zu”.
- ▶ Beachten: Damit zwei Größen gleich sein können, müssen sie erstmal vergleichbar sein. Nicht Äpfel mit Birnen vergleichen!
- ▶ Von links nach rechts lesen und “Punkt vor Strich” beachten!
- ▶ Klammern beachten!
- ▶ Einheiten beachten!