# 2. Differentialrechnung

## 2.9 Regression

H. Wuschke

06. Januar 2022

## Ziele der Sitzung

- aus gegebenen Daten eine Funktionsvorschrift aufstellen
- Regressionsfunktionen mit unterschiedlichen Methoden aufstellen
- Bezug zwischen Regressionsfunktion und Regressionsgerade beschreiben

## Aufgabe A1

Bestimmen Sie die Gleichung einer Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, die folgende Eigenschaften besitzt:

- $f(x)$ verläuft durch den Punkt $P\left(\frac{3}{4} \mid 2\right)$.
- Im Punkt $H(3|10)$ besitzt die Funktion $f(x)$ ein lokales Maximum.
- Am Schnittpunkt mit der $y$-Achse entspricht der Anstiegswinkel von $f(x)$ ca. $20°$.
- Ab dem gemeinsamen Berührungspunkt $B(5|f(5))$ mit der Funktion $g(x) = -x^2 + 8x - 10$ ist $f(x)$ konkav.

## Aufgabe A2

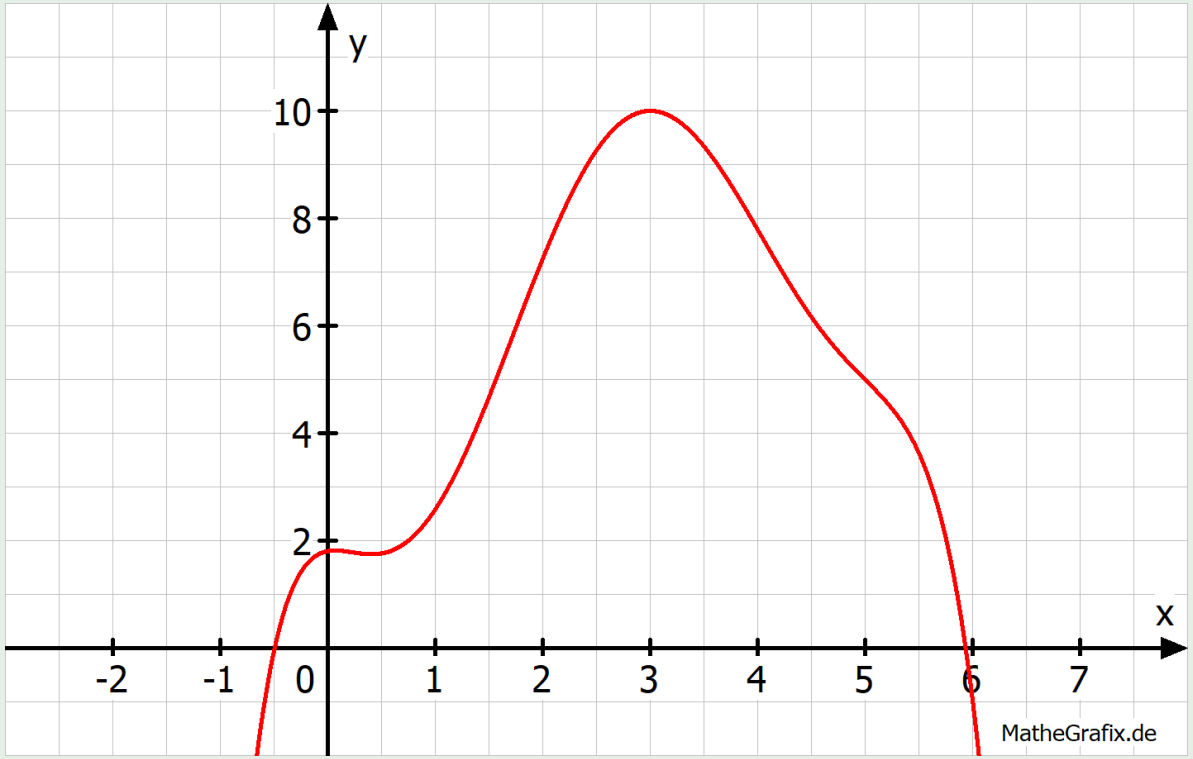
Modellieren Sie die Einwohnerzahlen von Friedland mithilfe einer Funktion ab 2015. Beurteilen Sie diese anschließend.

| Jahr | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 | 2020 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Personen | 6.779 | 6.673 | 6.514 | 6.364 | 6.456 | 6.403 |

## Lösung Aufgabe A1

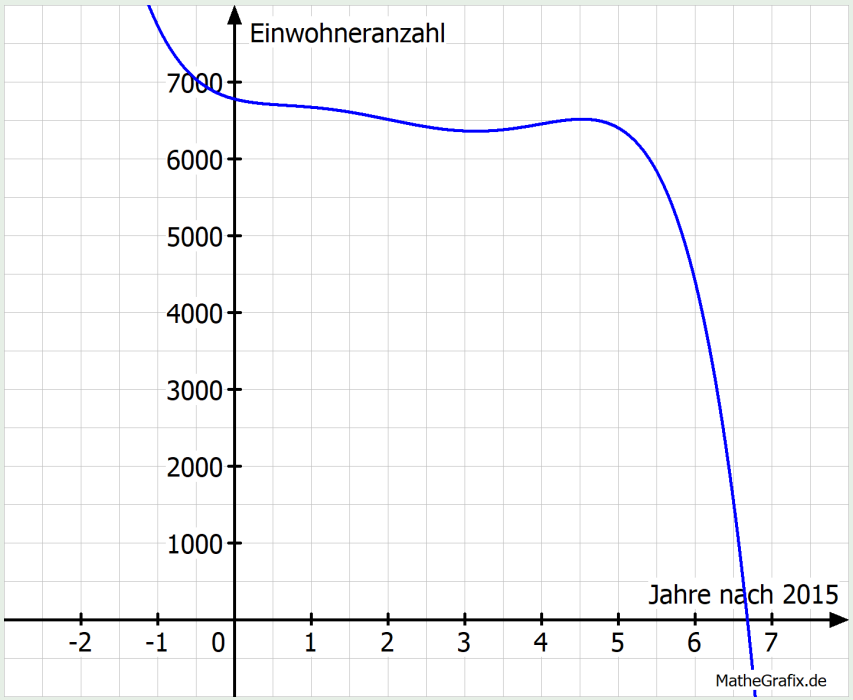
$$f(x) \approx -0,026596 \cdot x^6 + 0,438295 \cdot x^5 - 2,54064 \cdot x^4 + 5,71556 \cdot x^3$$

$$-3,17132 \cdot x^2 + 0,36397 \cdot x + 1,80423$$



## Lösung Aufgabe A2

$$f(x) = -\frac{791}{120} \cdot x^5 + \frac{1753}{24} \cdot x^4 - \frac{2105}{8} \cdot x^3 + \frac{8411}{24} \cdot x^2 - \frac{15587}{60} \cdot x + 6779$$




In diesem Jahr wird Friedland aussterben!

## Regression (lat. *regression*= das Zurückgehen)

„Die **Regression** gibt einen Zusammenhang zwischen zwei oder mehr Variablen an. Bei der Regressionsanalyse wird vorausgesetzt, dass es einen gerichteten linearen Zusammenhang gibt, das heißt, es existieren eine abhängige Variable und mindestens eine unabhängige Variable. Welche Variablen abhängig und welche unabhängig sind, muss aufgrund inhaltlich logischer Überlegungen identifiziert werden können. Mit Hilfe der Regressionsanalyse kann eine Regressionsfunktion errechnet werden, welche die Anhängigkeit der beiden Variablen mit einer Geraden beschreibt. Die ermittelte Regressionsgerade erlaubt es, Prognosen für die abhängige Variable zu treffen, wenn ein Wert für die unabhängige Variable eingesetzt wird. Umgekehrte Rückschlüsse sind nicht zulässig.“[a]

[a] Statista, zuletzt abgerufen am 04.01.2022

## Nutzen von Regression

Rencher und Schaalje beschreiben bereits in der Einführung ihres Buches *Linear Models in Statistics* (2008, S. 2f.), dass es verschiedene Gründe für Regressionsmodelle gibt:

1. Prediction (Vorhersage)
2. Data Description or Explanation
3. Parameter Estimation (Einschätzung)
4. Variable Selection or Screening
5. Control of Output

## Aufgabe A3 – Abitur 2008

Über die 8 Planeten Planeten unseres Sonnensystems sind die in der Tabelle gegebenen Daten bekannt.
Dabei ist $v$ die Maßzahl der mittleren Bahngeschwindigkeit in $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ und $r$ die Maßzahl der mittleren Entfernung von der Sonne in $10^6$ km.

| | Merkur | Venus | Erde | Mars | Jupiter | Saturn | Uranus | Neptun |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $r$ | 57,9 | 108,2 | 149,6 | 227,9 | 778,3 | 1427,0 | 2869,9 | 4496,7 |
| $v$ | 47,80 | 35,03 | 29,79 | 24,13 | 13,06 | 9,64 | 6,81 | 5,43 |

Der Zusammenhang zwischen $v$ und $r$ kann durch Funktionen näherungsweise beschrieben werden.
Finden Sie drei Gleichungen geeigneter Funktionen, indem Sie folgende Regressionen ausführen:

1. $v = f_1(r)$ ... lineare Regressionsfunktion
2. $v = f_2(r)$ ... exponentielle Regressionsfunktion
3. $v = f_3(r)$ ... Potenz- bzw. Powerregression

Beurteilen Sie die Funktionen hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit.

# Lösung Aufgabe A3

1.1

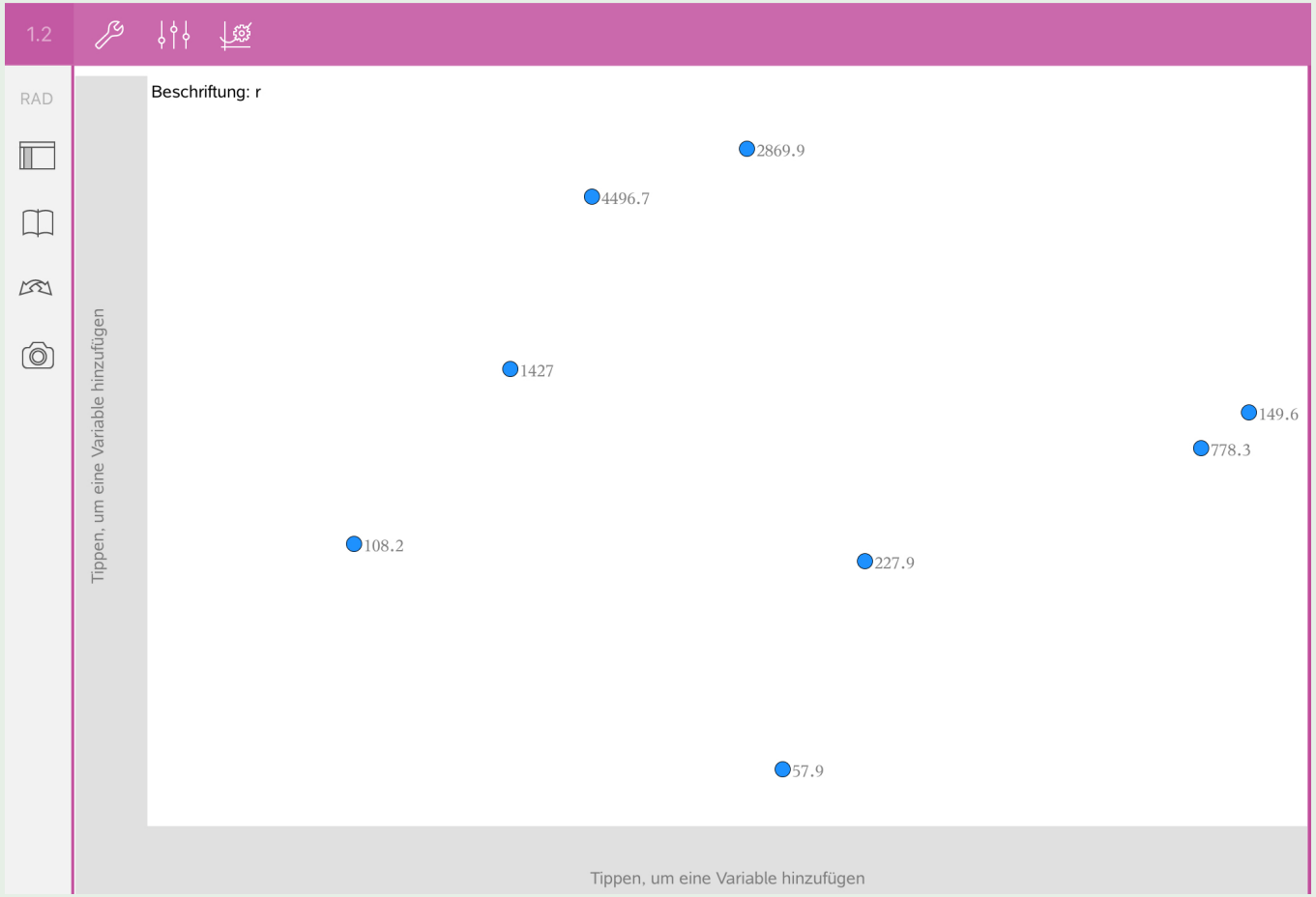
RAD

B v

| | A r | B v | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| = | | | | | | |
| 1 | 57.9 | 47.8 | | | | |
| 2 | 108.2 | 35.03 | | | | |
| 3 | 149.6 | 29.79 | | | | |
| 4 | 227.9 | 24.13 | | | | |
| 5 | 778.3 | 13.06 | | | | |
| 6 | 1427 | 9.64 | | | | |
| 7 | 2869.9 | 6.81 | | | | |
| 8 | 4496.7 | 5.43 | | | | |
| 9 | | | | | | |

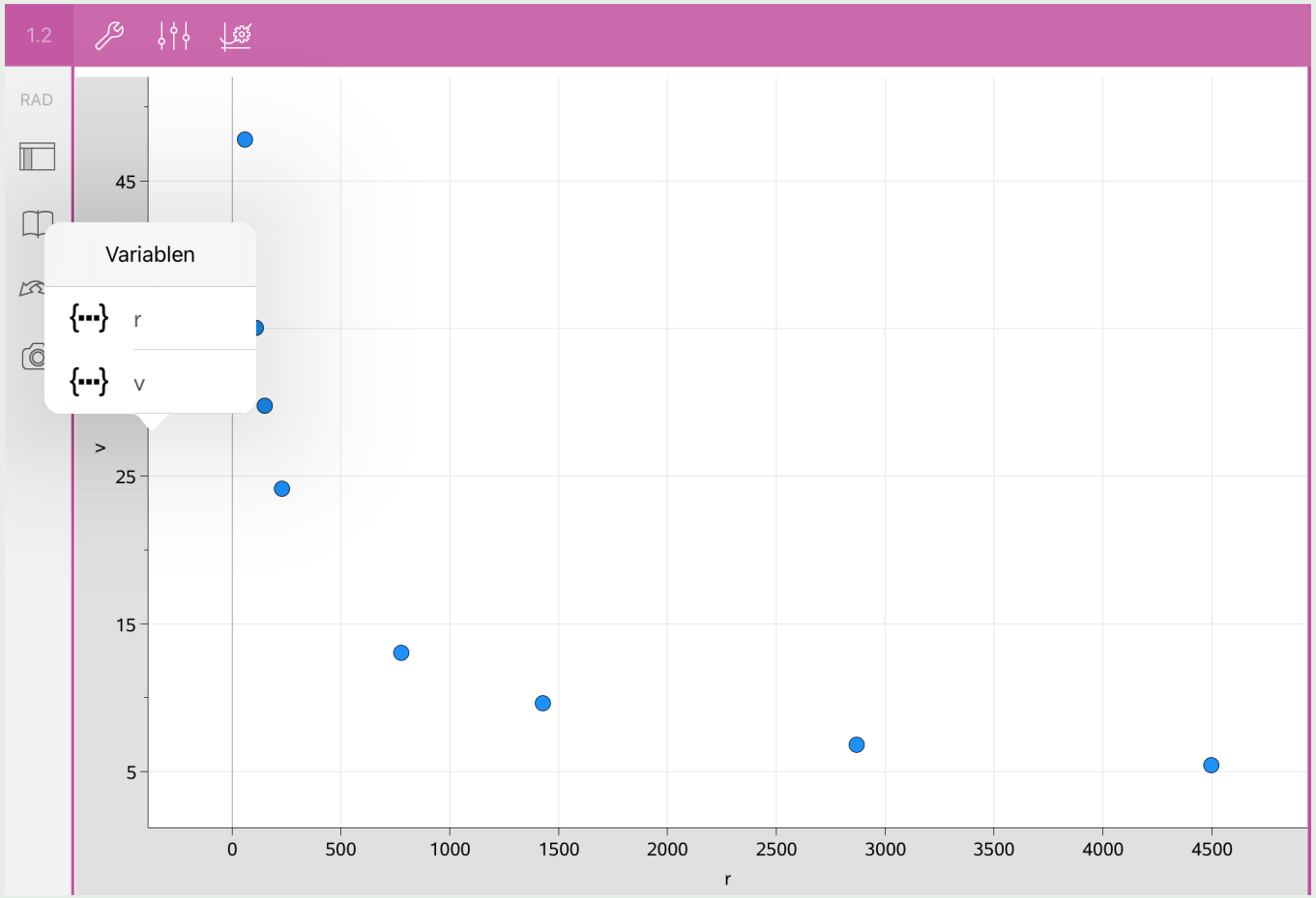
Geben Sie in *Lists & Spreadsheet* die Daten geordnet ein und beschriften Sie die Spalten mit einem Wort.

# Lösung Aufgabe A3



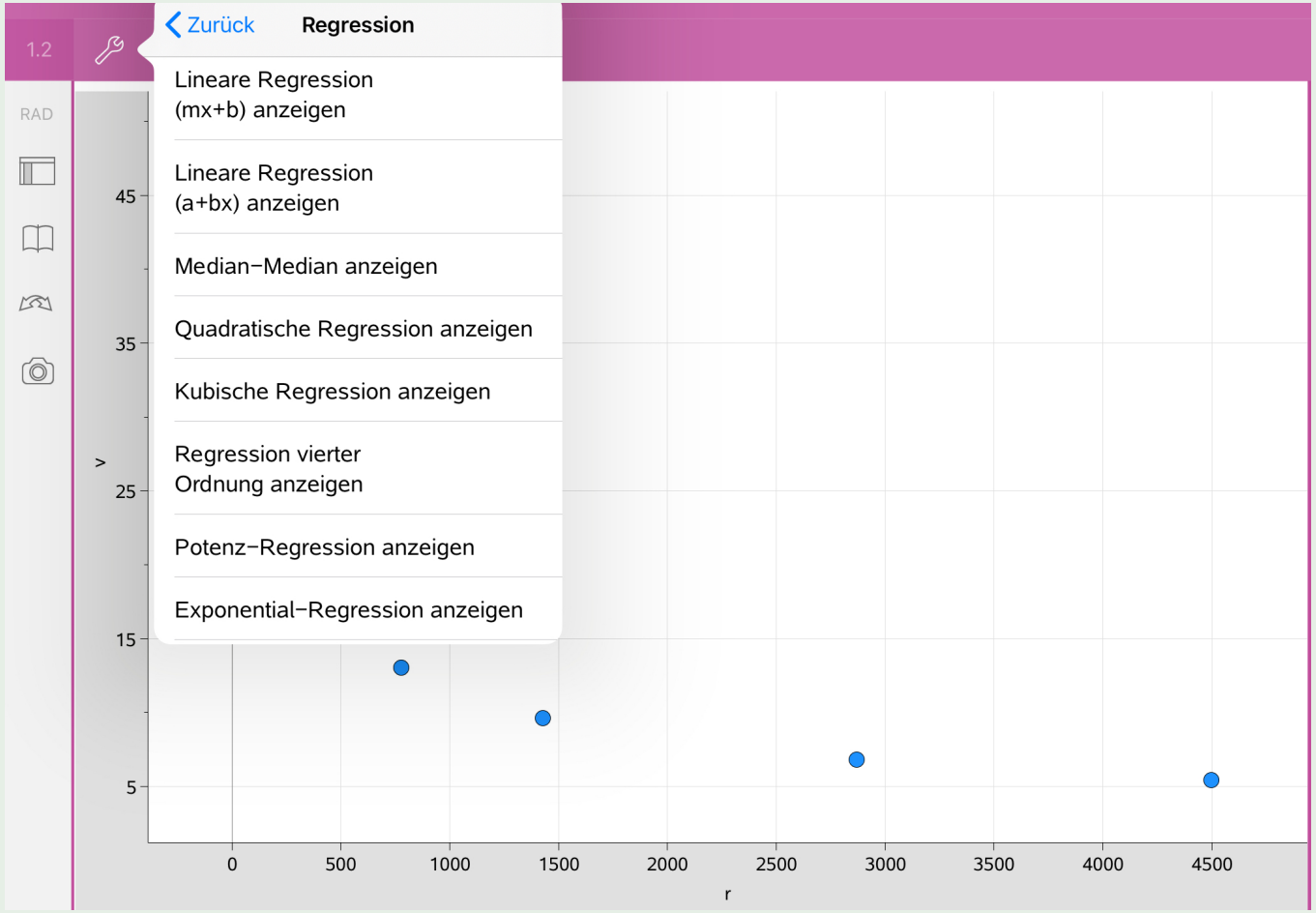

Fügen Sie ein *Data & Statistics*-Dokument hinzu.

# Lösung Aufgabe A3



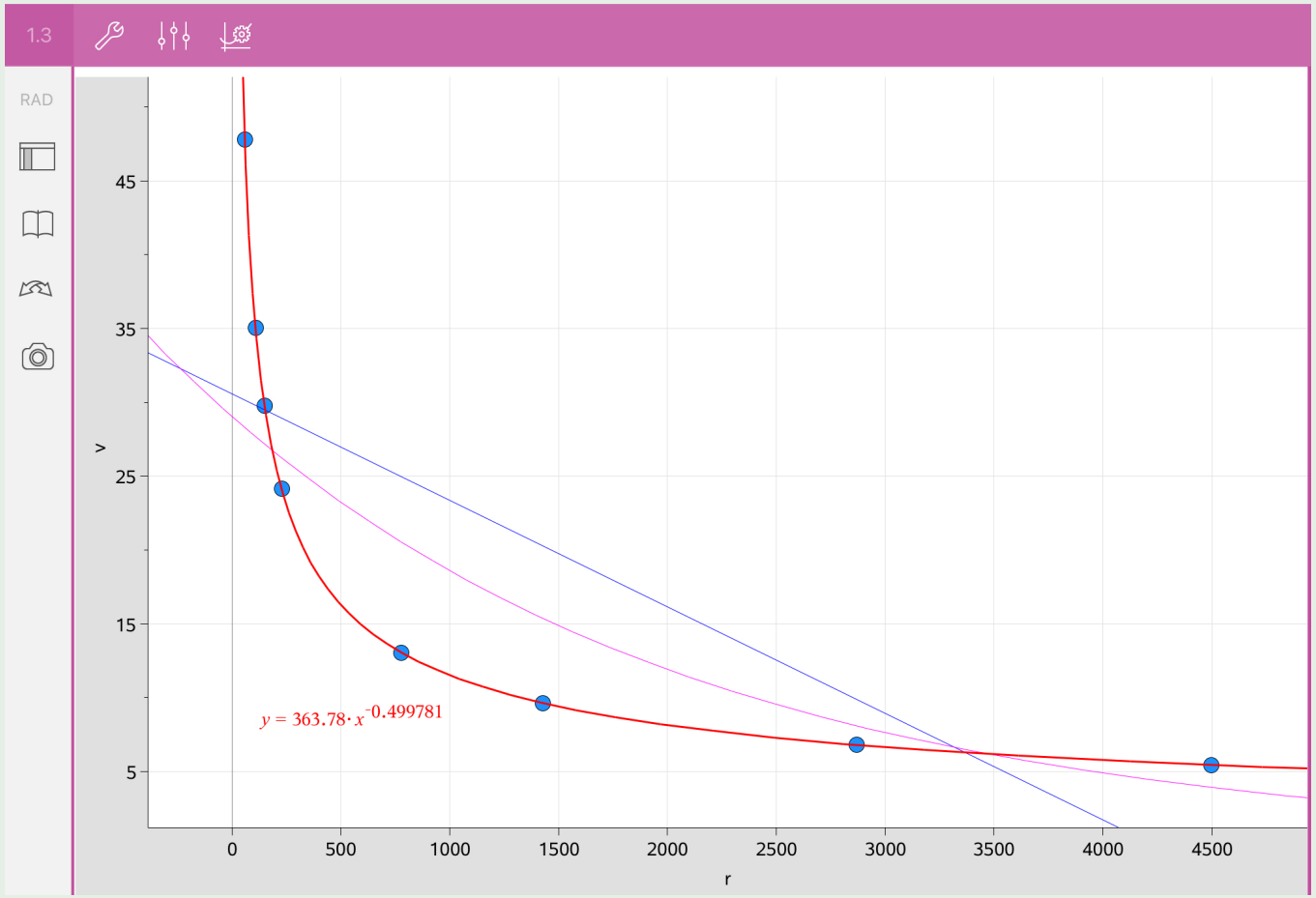

Versehen Sie im *Data & Statistics*-Dokument die Achsen mit den Namen aus der Tabelle.

# Lösung Aufgabe A3




Gehen Sie auf den Schraubenschlüssel → Analysieren → Regression und wählen Sie die gewünschte Regressionsart aus.

# Lösung Aufgabe A3




Notieren Sie sich nach jeder Regression die Funktionsgleichung. Nutzen Sie die Schieberegler (Symbol neben dem Schraubenschlüssel), um verschiedene Farben zu vergeben. Dies macht die Beurteilung einfacher.

## Wissenswertes zur Regression

Der Begriff der Regression geht auf Sir Francis Galton (1822–1911) zurück, welcher mit statistischen Methoden Wegbereiter für Erkenntnisse der Genetik war.

*Für den Artikel auf Wikipedia hier klicken.*

Um die Punkte auf der Funktion mit den Datenpunkten ideal anzupassen bzw. die korrekten Koeffizienten zu wählen, wir die Methode der kleinsten Quadrate von den Rechnern genutzt. Diese Methode hat der kleine Carl Friedrich Gauß (1777–1855) bereits durch ihn als Zwölfjähriger auf seinem Schulweg in Braunschweig genutzt. Offiziell verwendet er dies 1801 in der Astronomie in Dokumenten.

*Für den Artikel auf Wikipedia hier klicken.*