Parameterfunktionen (ohne CAS) (14.01.2021)

H. Wuschke

Aufgabe 1 (2 + 3 BE)

Durch die Gleichung $f_a(x) = (x^2 - a^2) \cdot e^{ax}$ wird für jede positive Zahl a eine Funktion f_a definiert.

a) Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion f_a.

b) Zeigen Sie, dass die positive Nullstelle von f_a niemals eine Extremstelle dieser Funktion sein kann.

Aufgabe 2 (3 + 2 BE)

Gegeben ist die Parameterfunktion f_a mit $f_a(x) = x \cdot e^{x+a}$. Dabei sei a eine positive Zahl.

a) Leiten Sie die Gleichung derjenigen Funktion f_a der Schar her, deren Graph durch den Punkt $(-2|-2)$ verläuft.

b) Weisen Sie nach, dass jede Funktion der Schar einen Graphen mit einem Tiefpunkt besitzt.

Aufgabe 3 (3 + 2 BE)

Für jede reelle Zahl t ist eine Funktion f_t durch $f_t(x) = x^3 - 2tx^2 + t^2x$ gegeben.

a) Bestimmen Sie die Wendestelle des Graphen von f_t.

b) Untersuchen Sie die Anzahl der Nullstellen von f_t in Abhängigkeit von t.

Aufgabe 4 (2 + 3 BE)

Für jedes positive reelle a ist eine Funktion f_a gegeben durch $f_a(x) = e^{a \cdot x^2} - e^a; \quad x \in \mathbb{R}$.

a) Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes $P_a\,(1 \mid f_a(1))$.

b) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente t_a an den Graphen der Funktion f_a im Punkt P_a.

Aufgabe 5 (2 + 3 BE)

Für jeden Wert von a mit $a \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$ ist eine Funktion f_a durch $f_a(x) = a \cdot x^6 - x^4; \quad x \in \mathbb{R}$ gegeben.

a) Bestimmen Sie diejenigen Werte von a, für die f_a mehr als eine Nullstelle hat.

b) Für genau einen Wert von a hat f_a an der Stelle $x = 1$ ein Minimum.
Bestimmen Sie diesen Wert von a.