Aufgaben zu Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln (09.09.2020)

H. Wuschke

Aufgabe 1 (9 BE)

In seinem Stream „Spaß mit Flaggen“ stellt Sheldon Cooper erstaunliche Informationen über Flaggen zusammen:

① FLAGGEN IN PASADENA

	vor öffentl. Gebäuden	vor priv. Gebäuden	
hängen richtig	871	378	1249
hängen falsch	237	519	756
	1108	897	2005

② ONLINEUMFRAGE ZUM WEBSTREAM

	kennen den Stream	kennen den Stream nicht	
♂	52 %		
♀	13%		
	65 %	35%	100%

a) Vervollständigen Sie die Vierfeldertafel und die Kontingenztafel so weit wie möglich.
Siehe Bild.

b) Fertigen Sie aus der Vierfeldertafel über Flaggen in Pasadena zwei Baumdiagramme an.

Werden noch eingefügt, sobald ich ein entsprechendes Programm erworben habe.

c) Geben Sie an, welcher Prozentsatz an Flaggen vor Privatgebäuden in Pasadena falsch hängt.

519 Flaggen von den 897 Flaggen vor Privatgebäuden hängen falsch, also: $\frac{519}{897} \approx 57,9\%$

d) Der Internetuser *RouladenRalf72* postet zu der Umfrage:
„Männer und Flaggen passen einfach besser zusammen – 52 % der Leute, die den Stream kennen, sind Männer!“
Beurteilen Sie diese Aussage auf Grundlage der vorliegenden mathematischen Daten.

Die Aussage ist falsch, da 52% aller Personen männlich sind und den Stream kennen. Von den Personen, die den Stream kennen sind $\frac{52}{65} = 80\%$ Männer.

e) Sheldon wählt sich live in die Umfrage ein. Er notiert die Ergebnisse der nächsten drei Teilnehmer*innen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ...

A ... alle drei Teilnehmer*innen den Webstream kennen.

$P(A) = 0,65^3 \approx 27,5\%$

B ... alle drei Teilnehmer*innen männliche User sind, die den Webstream kennen.

$P(B) = 0,52^3 \approx 14,1\%$

Aufgabe 2 (4 BE)

Die Ostsee ist ein beliebtes Urlaubsziel. Es wird geschätzt, dass 68% aller Gäste aus dem Inland kommen. 60% der Gäste, die aus dem Inland kommen, besuchen während ihres Aufenthaltes an der Ostsee auch die Wälder Mecklenburgs. Weiterhin ist bekannt, dass 80% der Gäste, die aus dem Ausland kommen, die Wälder besuchen.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Tourist, der an der Ostsee seinen Urlaub verbracht hat Inländer ist und in den Wäldern war. Ermitteln Sie wie viele von 1.000 Touristen ausschließlich die Ostsee besuchen werden.

	Inland	Ausland	gesamt
besuchen die Wäler	408	256	664
besuchen nicht die Wälder	272	64	336
gesamt	680	320	1.000

$P(A) = \frac{408}{1000} = 40,8\%$ 336 Touristen von 1.000 besuchen ausschließlich die Ostsee.

Aufgabe 3 (5 BE)

Am 17.10.2019 waren an den öffentlichen Schulen in Mecklenburg-Vorpommern 10.051 Lehrkräfte beschäftigt[1]. Davon waren 7.855 weiblich. Es gab zu dieser Zeit 742 Lehrer und 1.519 Lehrerinnen, die unter 40 Jahre alt waren. Bestimmen Sie, die Anzahl und den Anteil der Lehrerinnen mit mindestens 40 Jahren und der Lehrkräfte insgesamt, die mindestens 40 Jahre alt waren. Geben Sie neben den absoluten Zahlen auch die Prozentangabe an.

	weiblich	männlich	gesamt
Unter 40 Jahre	1.519	742	2.261
Mindestens 40 Jahre	6.336	1.454	7.790
gesamt	7.855	2.196	10.051

6.336 Lehrerinnen sind mindestens 40 Jahre als, das sind von allen Lehrkräften $\frac{6.336}{10.051} \approx 63,0\%$ und von den mindestens 40 Jährigen sind es $\frac{6.336}{7.790} \approx 81,3\%$.
Insgesamt sind $\frac{7.790}{10.051} \approx 77,5\%$ der Lehrkräfte mindestens 40 Jahre alt.

Aufgabe 4 (3 BE)

Sir Francis Galton (1822–1911) hat untersucht, ob es Zusammenhänge zwischen der Augenfarbe des Vaters und der Augenfarbe des Sohnes gibt. Dazu hat er 1.000 Väter mit ihren Söhnen analysiert und kam auf folgende Auszählungen:

	Vater helläugig	Vater dunkeläugig	gesamt
Sohn helläugig	471	148	619
Sohn dunkeläugig	151	230	381
gesamt	622	378	1.000

Untersuchen Sie mit Regeln der Vierfeldertafel, ob diese Ereignisse unabhängig oder abhängig voneinander sind.

Stochastisch unabhängig heißt: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$. In unserem Beispiel müsste also beispielsweise die Wahrscheinlichkeit, dass Vater und Sohn helläugig sind die Wahrscheinlichkeit für einen helläugigen Sohn multipliziert mit der Wahrscheinlichkeit für einen helläugigen Vater sein.

Symbolisch: P(Vater helläugig $\cap$ Sohn helläugig)=0,471$\neq 0,622 \cdot 0,619$ $\rightarrow$ die Ereignisse sind nicht unabhängig, also sind sie abhängig. (Geburtsstunde der Vererbungslehre)

[1] Online unter: `https://bit.ly/2Cln5KQ`

Aufgabe 5 (3+3+2+4+3+2+3 BE) – IQB Aufgabe 2018

Von allen Jugendlichen eines Landes im Alter von 14 bis 25 Jahren sind 49,20% weiblich. 47,10% der Jugendlichen erledigen ihre Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet. Der Anteil der Jugendlichen, die weiblich sind und ihre Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet erledigen, beträgt 19,68%.

a) Stellen Sie den beschriebenen Sachzusammenhang in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar.

	weiblich	männlich	gesamt
Finanzangelegenheiten mit Smartphone/Tablet	19,68%	27,42%	47,10%
Finanzangelegenheiten nicht mit Smartphone/Tablet	29,52%	23,38%	52,90%
gesamt	49,20%	50,80%	100%

b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine unter den Jugendlichen zufällig ausgewählte Person entweder männlich ist oder ihre Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet erledigt.

P(weiblich ∩ Finanzangel. mit S/T) + P(männlich ∩ Finanzange ohne S/T) = 19,68%+23,38%=43,06%

c) Weisen Sie nach, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine unter den weiblichen Jugendlichen zufällig ausgewählte Person ihre Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet erledigt, 40% beträgt.

$\frac{19{,}68}{49{,}20} = 0,4 = 40\%$

Es werden 50 weibliche Jugendliche zufällig ausgewählt.
$B_{50;0,4}$, weil zwei Ereignisse und Anteil an der Gesellschaft unveränderte Wahrscheinlichkeit
X...Anzahl der weiblichen Jugendlichen, die ihre Finanzangelegenheiten mittels S/T erledigen

d) Bestimmen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:

A: „Die Hälfte der ausgewählten weiblichen Jugendlichen erledigt Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet."

$P(X = 25) \approx 4,05\%$

B: „Mehr als die Hälfte der ausgewählten weiblichen Jugendlichen erledigen Finanz-angelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet."

$P(X > 25) \approx 5,73\%$

e) Ermitteln Sie den kleinstmöglichen Wert von k, für den die Wahrscheinlichkeit dafür, dass höchstens k der 50 ausgewählten weiblichen Jugendlichen Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet erledigen, mindestens 85% beträgt.

$P(X \leqq k) \geqq 0,85$ Für $B_{50;0,4}$.

Lösung durch systematisches Probieren ergibt: $P(X \leqq 23) \approx 0,8438$ und $P(X \leqq 24) \approx 0,9022$, also ist 24 der kleinstmögliche Wert von k.

Aus einer Gruppe von zehn Jugendlichen nutzen für Finanzangelegenheiten vier Personen nur Smartphones und sechs nur Tablets. Aus dieser Gruppe werden drei Jugendliche zufällig ausgewählt.

f) Begründen Sie, dass die Binomialverteilung für Überlegungen zur Anzahl der ausgewählten Personen, die für Finanzangelegenheiten nur Smartphones nutzen, nicht geeignet ist.

Bei der beschränkten Stichprobe von 10 Jugendlichen ist eine Auswahl von drei Personen eine Art *Ziehen mit Zurücklegen*, daher würde sich die Wahrscheinlichkeit verändern und nicht unverändert bleiben. Dies ist eine Grundbedingung für eine Binomialverteilung.

g) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau zwei der drei ausgewählten Personen für Finanzangelegenheiten nur Smartphones nutzen.

Dafür gibt es drei Möglichkeiten: $S_1S_2kS_3$, $S_1kS_2S_3$ und $kS_1S_2S_3$ dabei steht S für „nutzt ein Smartphone“ und kS für „nutzt kein Smartphone“

$P(G) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8} + \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{3}{8} + \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{10} = 30\%$