Aufgaben zur Übung I (03.09.2020)

H. Wuschke

Aufgabe 1 (2+3+2+3+2+4+4 BE) – IQB-Aufgabe 2017

Ein Hersteller bringt ein neues Smartphone auf den Markt.
1. Ein Händler erhält eine Lieferung dieser Smartphones

a) Die gelieferten Geräte haben sechs verschiedene Farben. Für die Auslage einiger Geräte im Schaufenster sollen vier Farben ausgewählt werden. Bestimmen Sie die Anzahl der Möglichkeiten für diese Auswahl.

b) Die Lieferung umfasst 50 Geräte, davon sind drei fehlerhaft. Aus der Lieferung werden zehn Geräte zufällig ausgewählt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

A: „Von den zehn ausgewählten Geräten ist keines fehlerhaft.“

B: „Von den zehn ausgewählten Geräten ist mindestens eines fehlerhaft.“

2. Die Geräte werden in vier Werken in jeweils großer Stückzahl hergestellt. Der Tabelle können für jedes Werk folgende Daten entnommen werden:

- der Anteil der in diesem Werk hergestellten Geräte an der Gesamtzahl aller hergestellten Geräte;
- der Anteil der fehlerhaften Geräte unter den in diesem Werk hergestellten Geräten.

Werk	A	B	C	D
Anteil der Gesamtzahl	10 %	30 %	20 %	40 %
Anteil der fehlerhaften Geräte	5 %	3 %	4 %	2 %

a) Weisen Sie nach, dass der Anteil der fehlerhaften Geräte unter allen hergestellten Geräten 3 % beträgt.

b) Ein unter allen hergestellten Geräten zufällig ausgewähltes Gerät ist fehlerhaft. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es im Werk A hergestellt wurde.

c) Von im Werk A hergestellten Geräten werden 250 zufällig ausgewählt. Ermitteln Sie die Anzahl fehlerhafter Geräte, die darunter mit der größten Wahrscheinlichkeit auftritt.

d) Geben Sie einen Wert von s an, für den mit dem Term $200 \cdot 0,98^s \cdot 0,02 + 0,98^{200}$ im Sachzusammenhang die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses berechnet werden kann. Beschreiben Sie das zugehörige Ereignis.

e) Ermitteln Sie, wie viele im Werk C hergestellte Geräte mindestens zufällig ausgewählt werden müssen, damit sich darunter mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % mindestens 500 Geräte befinden, die nicht fehlerhaft sind.

Aufgabe 2 (4+2+2+3+4+2+3 BE) – IQB-Aufgabe 2019

In einer Urne befinden sich Kugeln. 35 % der Kugeln sind mit „+1“ beschriftet, 25 % mit „+2“, die übrigen mit „-3“.

1. a) 100-mal nacheinander wird jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt. Ermitteln Sie für folgende Ereignisse jeweils die Wahrscheinlichkeit:

   A: „Mehr als 30 und weniger als 45 der entnommenen Kugeln sind mit „+1“ beschriftet.“
   B: „Die ersten drei entnommenen Kugeln sind mit „+1“ beschriftet.“

   b) Zeigen Sie, dass die Anzahl der in der Urne insgesamt enthaltenen Kugeln kleiner als 100 sein kann.

2. Unter Verwendung der Urne wird ein Spiel durchgeführt. Dabei wird zweimal nacheinander jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt. Die Zahlen auf den entnommenen Kugeln werden addiert. Ist das Ergebnis positiv, gewinnt der Spieler den Wert der Summe als Betrag in Euro, ist das Ergebnis negativ, verliert er den entsprechenden Betrag.

   a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Spieler bei einem Spiel mehr als 3 Euro gewinnt.

   b) Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Spieler bei einem Spiel einen Gewinn erzielt 36 % beträgt.

   c) Ermitteln Sie für einen Spieler mithilfe eines Baumdiagramms den durchschnittlichen Verlust pro Spiel.

3. Die Anzahl der in der Urne tatsächlich enthaltenen Kugeln ist n. In die Urne werden zwei zusätzliche Kugeln gelegt, eine davon ist mit „+1“ beschriftet, die andere mit „+2“. Anschließend wird eine Kugel zufällig entnommen.

   a) Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die entnommene Kugel mit „+1“ beschriftet ist, durch den Term $\frac{0,35n+1}{n+2}$ angegeben wird.

   b) Durch das Hinzufügen nimmt sowohl die Wahrscheinlichkeit dafür zu, dass die entnommene Kugel mit „+1“ beschriftet ist, als auch die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die entnommene Kugel mit „+2“ beschriftet ist. Entscheiden Sie, für welche der beiden Wahrscheinlichkeiten die Zunahme größer ist, und begründen Sie Ihre Entscheidung.