Aufgaben zur Binomialverteilung (26.08.2020)

H. Wuschke

## Aufgabe 1 (8 BE)

2014 brach die Ebolafieber-Epidemie in den westafrikanischen Ländern (Guinea, Liberia, Sierra Leone, Nigeria, Senegal und Mali) aus. Dabei hat die Untersuchung und Dokumentation des klinischen Verlaufs ergeben, dass nach Ausbruch der Epidemie 70,8% der Betroffenen gestorben sind.[1]

a) Begründen Sie, warum dies 2014 als binomialverteiltes Zufallsexperiment mit Zufallsgröße X: *Anzahl der infizierten Personen, die an Ebola sterben*, betrachtet werden konnte. (2 BE)

b) Eine Hilfsorganisation kümmert sich um 1.000 infizierte Personen. Berechnen Sie, wie viele Tote zu erwarten sind. (1 BE)

c) Geben Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse an (3 BE):

   A: 700 bis 720 infizierte Personen erliegen der Krankheit.

   B: Mehr als 680 infizierte Personen sterben.

   C: Weniger als 250 infizierte Personen überleben.

d) Bestimmen Sie eine Mindest- und eine Höchstanzahl der Toten, sodass 99% aller erwartbaren Fälle erfasst sind. (2 BE)
*Hinweis: Schauen Sie in gleichen Abständen links und rechts vom Erwartungswert nach kumulierten Wahrscheinlichkeiten, bis Sie das erste Mal auf 0,99 kommen.*

## Aufgabe 2 (2 + 1 + 3 = 6 BE)

**3.3.1 Es ist bekannt, dass bei der Produktion von Kondensatoren 7 % fehlerhaft sind.**
**Der laufenden Produktion werden zufällig 500 Kondensatoren entnommen und auf Funktionstüchtigkeit überprüft.**

**Begründen Sie, dass dieses Zufallsexperiment als Bernoulli-Experiment betrachtet werden darf.**

**Berechnen Sie die Anzahl der defekten Kondensatoren, die zu erwarten ist.**

**Berechnen Sie für die folgenden Ereignisse jeweils die Wahrscheinlichkeit.**
**A: Genau 30 Kondensatoren sind defekt.**
**B: Höchstens 40 Kondensatoren sind defekt.**
**C: Die Anzahl der Kondensatoren ohne Fehler ist größer als 460 aber kleiner als 470.**

Abbildung 1: Abitur M-V A3, 2013

[1] https://www.nejm.org/doi/full/10.1056/NEJMoa1411100

## Aufgabe 3 (6 BE)

6% aller Deutschen haben die Blutgruppe 0-, welche für alle Empfänger verträglich ist.

a) Berechnen Sie die Anzahl der Spender, die benötigt werden, um mit mindestens 95%iger Wahrscheinlichkeit mindestens einen Spender mit Blutgruppe 0- zu haben. (2 BE)

b) Bestimmen Sie die Anzahl der Spender, die benötigt werden, um mit mindestens 90%iger Wahrscheinlichkeit mindestens zwei Spender mit Blutgruppe 0- zu haben. (2 BE)

c) Bestimmen Sie die Anzahl der Spender, die benötigt werden, um mit mindestens 85%iger Wahrscheinlichkeit mindestens vier Spender mit Blutgruppe 0- zu haben. (2 BE)

## Aufgabe 4 (14 BE)

3.4 Aus der Erfahrung weiß man, dass etwa 80 % der medizinischen Einrichtungen Deutschlands in der Radiodiagnostik Präparate mit $^{99m}$Tc verwenden.

3.4.1 Fünf zufällig ausgewählte Einrichtungen werden zum Einsatz dieser Präparate befragt. Die Zufallsgröße X entspricht der Anzahl der Einrichtungen, die Präparate mit $^{99m}$Tc einsetzen. 7 BE

Begründen Sie, dass die Zufallsgröße X als binomialverteilt angenommen werden kann.

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X und stellen Sie diese grafisch dar.

3.4.2 Bei einer anderen Erhebung wurden 50 Einrichtungen befragt. 7 BE

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse:

A: 90 % der befragten Einrichtungen setzen das Präparat $^{99m}$Tc ein.

B: Mindestens 30, aber weniger als 40 der befragten Einrichtungen setzen das Präparat $^{99m}$Tc ein.

Geben Sie die Wahrscheinlichkeit für das folgende Ereignis an:

C: Die zweite Einrichtung setzt dieses Präparat ein.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das folgende Ereignis:

D: Genau eine der ersten vier Einrichtungen setzt diese Präparat ein.

Abbildung 2: Abitur M-V A3, 2018

## Aufgabe 5 (3 BE)

Zeigen Sie im Fall $n = 3$, dass für binomialverteilte Zufallsgrößen gilt: $\mu = 3 \cdot p$.
*Hinweis: Nutzen Sie* $\mu = 0 \cdot P(X = 0) + 1 \cdot P(X = 1) + 2 \cdot P(X = 2) + 3 \cdot P(X = 3)$