I Rechenarten, Rechengesetze

Auf diese Weise haben wir die Zahlen in Primfaktoren zerlegt.

(i) Primfaktoren

$228 : 2 \rightarrow 114 : 2 \rightarrow 57 : 3 \rightarrow 19$ (Primzahl) $\Rightarrow 228 = 2^2 \cdot 3 \cdot 19$

Wofür? Faktorisieren, aber vor allem kgV und ggT

Bsp.:

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$
$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$$
$$kgV(8,12) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$$
$$ggT(8,12) = 2 \cdot 2 = 4$$

Hinweis auf Lochkarten aus:

Hetzer, J. (2013): Lochkarten zur Primfaktorzerlegung, in: Mathematik Lehren, 176, S. 14-17

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$$
$$45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$$
$$57 = 3 \cdot 19$$
$$kgV(18,45,57) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 19 = 1710$$
$$ggT(18,45,57) = 3$$

(ii) Klammerausdrücke

Seien $a, b, c \in \mathbb{N}$

(K) Kommutativgesetz $a+b = b+a$; $a \cdot b = b \cdot a$

(A) Assoziativgesetz $(a+b)+c = a+(b+c)$; $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

(D) Distributivgesetz $(a+b) \cdot c = ac + bc$

$c(a+b) = ac + bc$ ⟸ muss in Linearer Algebra geklärt werden

binomische Formeln:

I $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

II $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

III $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

① $(5a-7b) \cdot 4a - 5b(3a-8b) - (7b-2a)6a + 3b \cdot (5a-b) = \underline{\underline{32a^2 - 70ab + 32b^2}}$

② $(3x-4)^2 = \underline{\underline{9x^2 - 24x + 16}}$ ⟸ Zum Selber rechnen ☺

③ $(4x+y)^2 = \underline{\underline{16x^2 + 8xy + y^2}}$

④ $2ax + ay - 2bx - by = a(2x+y) - b(2x+y) = \underline{\underline{(a-b)(2x+y)}}$

(iii) Bruchrechnung

Seien $k, l, m, n \in \mathbb{Z}$; $l, n \neq 0$

(I) $\frac{k}{l} + \frac{m}{n} = \frac{k\cdot n + m\cdot l}{l\cdot n}$ (II) $\frac{k}{l} - \frac{m}{n} = \frac{k\cdot n - m\cdot l}{l\cdot n}$ (III) $\frac{k}{l}\cdot\frac{m}{n} = \frac{k\cdot m}{l\cdot n}$

(IV) $\frac{k}{l} : \frac{m}{n} = \frac{k\cdot n}{l\cdot m} \Rightarrow m \neq 0$ (V) $\frac{1}{\frac{k}{l}} = \frac{l}{k} \Rightarrow k \neq 0$

kann prinzipiell aus (IV) gefolgert werden (wähle $\frac{k}{l} = \frac{1}{1}$ und $\frac{m}{n} = \frac{k}{l}$)

① $\left(-\frac{p}{3} + \frac{q}{4} - \frac{r}{5}\right)\left(-\frac{p}{2}\right) = \underline{\underline{\frac{p^2}{6} - \frac{pq}{8} + \frac{pr}{10}}}$ ⟵ geht sogar in einem Schritt...

② $\frac{22ax^2y^2}{27brs^2} : \frac{66x^2y}{18r^2s} = \frac{\cancel{22}^{1}a\cancel{x^2}y^{\cancel{2}}\cdot\cancel{18}^{\cancel{6}\,2}r^{\cancel{2}}\cancel{s}}{\cancel{27}_{9}b\cancel{r}s^{\cancel{2}}\cdot\cancel{66}_{\cancel{3}\,1}\cancel{x^2}\cancel{y}} = \underline{\underline{\frac{2\cdot a\cdot r\cdot y}{9b\cdot s}}}$

③ $8\frac{3}{4} : 7 = \frac{35}{4} : 7 = \underline{\underline{\frac{5}{4}}}$

$= 8 + \frac{3}{4}$, also $\frac{32}{4} + \frac{3}{4}$!!!

④ $\frac{\frac{34}{3} - \frac{91}{12}}{\left(\frac{7}{16} - \frac{17}{48}\right)\cdot 15} = \frac{\frac{136-91}{12}}{\left(\frac{21-17}{48}\right)15} = \frac{\frac{45}{12}}{\frac{1}{12}\left(\frac{4}{48}\right)15} = \frac{45}{12} : \frac{15}{12} = \frac{^{3}\cancel{45}}{\cancel{12}} \cdot \frac{\cancel{12}}{\cancel{15}} = \underline{\underline{3}}$

⑤ $\frac{1}{m+n} + \frac{1}{m-n} = \underline{\underline{\frac{2m}{m^2-n^2}}}$

⑥ $\frac{8a^2 + 8b^2 + 16ab}{\frac{a+b}{a-b}} = \ldots = 8a^2 - 8b^2$ zum selber rechnen

⑦ $\frac{a+1}{a^2-a} - \frac{a-1}{a^2+a} + \frac{1}{a} - \frac{4}{a^2-1} = \ldots = \frac{1}{a}$ zum selber rechnen

⑧ $0,\overline{2}$ in gem. Bruch umwandeln

$0,\overline{2} := a$

$10a = 2,\overline{2}$

$10a - a = 2,\overline{2} - 0,\overline{2} = 2$

$9a = 2 \quad | : 9$

$\underline{\underline{a = \frac{2}{9}}}$

⑨ $0{,}6\overline{1}$ umwandeln in gem. Bruch

$0{,}6\overline{1} := b$

$10b = 6{,}1\overline{1}$

$10b - b = 6{,}1\overline{1} - 0{,}6\overline{1} = 5{,}5$

$9b = 5{,}5 \quad | \cdot 2$

$18b = 11 \quad | : 18$

$b = \dfrac{11}{18}$

⑩ $0{,}2\overline{27}$ umwandeln in gem. Bruch

$0{,}2\overline{27} := c$

Und weiter?

⑩ $\frac{1}{7}$ umwandeln in Dezimalbruch

$1 : 7 = 0{,}\overline{142857}$

10
7
30
28
20
14
60
56
40
35
50
49
10