

B3 Stochastik

Eine Firma produziert Staubsauger eines bestimmten Typs. Die Qualitätskontrolle eines Gerätes besteht aus der Prüfung seiner mechanischen Belastbarkeit und seiner Saugleistung. Die Resultate beider Prüfungen sind unabhängig voneinander.

3.1 Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Staubsauger dieses Typs

- den mechanischen Belastungstest nicht besteht, beträgt 5,5 %,
- den Saugleistungstest besteht, beträgt 90 %.

Veranschaulichen Sie den Vorgang „Qualitätskontrolle“ in einem Baumdiagramm. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse.

A: Ein Staubsauger besteht beide Tests.

B: Ein Staubsauger besteht genau einen Test

3.2 Staubsauger, die beide Tests bestehen, besitzen die Qualität I.

Ihre Anzahl ist annähernd binomialverteilt. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Staubsauger die Qualität I besitzt, wird im Folgenden als Erfolgsquote bezeichnet.

3.2.1 Die Erfolgsquote beträgt $p = 85\%$. Es werden 50 Staubsauger getestet.

Bestimmen Sie den Erwartungswert für die Anzahl der Staubsauger, die die Qualität I besitzen.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 40 aber weniger als 45 Staubsauger die Qualität I haben.

Ermitteln Sie die minimale Zahl $k \in \{0, 1, 2, \dots, 50\}$, sodass die Wahrscheinlichkeit, mindestens k Staubsauger von der Qualität I zu erhalten, größer als 97 % ist.

3.2.2 Die Wahrscheinlichkeit, dass nicht alle 50 Staubsauger die Qualität I besitzen, sei 99 %.

Ermitteln Sie für diesen Fall die Erfolgsquote p .

3.2.3 Bestimmen Sie rechnerisch die Anzahl n der zu kontrollierenden Staubsauger, damit bei einer Erfolgsquote von $p = 99\%$ die Wahrscheinlichkeit, dass alle Qualität I haben, rund 80 % beträgt.

3.3 Ein Großhändler für Staubsauger hat den Verdacht, dass mehr als 10 % der mit Qualität I ausgewiesenen Staubsauger dieser nicht genügen.

In einem Test wird dieser Verdacht an 50 Staubsaugern überprüft.

3.3.1 Beschreiben Sie an diesem Beispiel den Begriff Fehler 1. Art.

3.3.2 Wie wird auf Grund der Stichprobe entschieden, wenn 10 der überprüften Staubsauger der Qualität I nicht genügen?
Die Irrtumswahrscheinlichkeit beträgt 2 %.

Hinweis: Tabellen der Binomialverteilung auf Seite 9

B3 Stochastik

Ein Hersteller von Flachbildschirmen hat für eines seiner Produkte folgende Ausfallwahrscheinlichkeiten ermittelt:

Alter in Monaten	0 – 6	7 – 12	13 – 18	19 – 24
Ausfallwahrscheinlichkeit in Prozent	5,0	0,5	0,5	0,8

Die Angabe bedeutet, dass ein Flachbildschirm innerhalb des ersten halben Jahres mit 5 % Wahrscheinlichkeit ausfällt; ein verbleibender fällt mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,5 % innerhalb des zweiten halben Jahres aus usf.

- 3.1 Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein beliebiges Gerät innerhalb der ersten 12 Monate nicht ausfällt.
- Bestimmen Sie, wie viele defekte Geräte innerhalb des ersten Jahres zu erwarten sind, wenn insgesamt 1000 Geräte ausgeliefert wurden.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter 1000 Geräten nicht mehr als 55 innerhalb des ersten Jahres ausfallen.
- 3.2 Innerhalb des ersten Jahres gibt es kostenlose Garantieleistungen. Das Unternehmen hat beschlossen, interessierten Kunden nach Ablauf des ersten Jahres eine kostenpflichtige Garantieverlängerung für ein weiteres Jahr anzubieten. Man schätzt, dass von 1000 Kunden 300 diese Garantieverlängerung kaufen würden.
- 3.2.1 Weisen Sie nach, dass die Wahrscheinlichkeit für den Ausfall eines Flachbildschirms innerhalb des zweiten Jahres 0,01225 ist.
- 3.2.2 Jeder im zweiten Jahr auftretende Garantiefall verursacht durchschnittliche Kosten in Höhe von 75,00 €.
- Der Hersteller möchte die Gesamtkosten für alle im zweiten Jahr auftretenden Garantiefälle über den Preis für die Garantieverlängerung ausgleichen.
- Bestimmen Sie den Preis, den ein Kunde für die Garantieverlängerung zahlen muss.
- 3.3 Die Gehäuse für die Flachbildschirme werden von einem Zulieferer bezogen. Die Gehäuse können Material- oder Farbfehler aufweisen. Beide Fehler treten unabhängig voneinander auf. Andere Fehler gibt es nicht.
- 3.3.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für ein fehlerfreies Gehäuse, wenn Materialfehler mit einer Wahrscheinlichkeit von 4 % und Farbfehler mit 2%-iger Wahrscheinlichkeit auftreten.
- 3.3.2 Ein anderer Zulieferer behauptet, seine Gehäuse seien mindestens zu 97 % fehlerfrei. Um dies zu prüfen, werden aus einer großen Anzahl von Gehäusen 50 zufällig ausgewählt und überprüft.
- Ermitteln Sie den Erwartungswert für die Anzahl der fehlerhaften Gehäuse.
- Eine Entscheidungsregel lautet: Wenn sich unter den 50 getesteten Gehäusen mehr als drei fehlerhafte Gehäuse befinden, wird die Lieferung abgelehnt.
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit P_{Fehler} dafür, eine Lieferung fälschlicherweise als mangelhaft abzulehnen.
- Erstellen Sie eine neue Entscheidungsregel, sodass gilt: $P_{\text{Fehler}} < 0,05$.