

1. Herr Schreiber möchte sein Geld in Aktien investieren und untersucht eine bestimmte Aktie auf ihr Risikopotential. Er interessiert sich für den Aktienwert in einem Jahr ( $X$ ) und nimmt an, dieser sei normalverteilt. Als Erwartungswert wählt er den derzeitigen Wert der Aktie,  $\mu = 10$ , und die Standardabweichung (pro Jahr) sei durch  $\sigma = 4$  gegeben.

- i) Geben Sie einen Wert an, über den  $X$  mit einer Wahrscheinlichkeit von 80% nicht steigt.
- ii) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass  $X$  einen Wert kleiner als Null annimmt? Ist das ein Kritikpunkt für die Annahme der Normalverteilung?
- iii) Geben Sie ein 90%-Konfidenzintervall für den Aktienwert in einem Jahr an.

(3 Punkte)

2. (*Normalverteilungsapproximation der Binomialverteilung*) Im Binomialmodell ist der MLS das arithmetische Mittel  $\hat{p} = \frac{k}{n}$ .

- i) Berechnen Sie die Varianz von  $\hat{p}$ .
- ii) Nehmen Sie an, dass  $n$  gross genug ist um eine Normalapproximation durchzuführen, d.h. approximieren Sie die Binomialverteilung durch eine Normalverteilung mit gleichem Erwartungswert und gleicher Varianz. Zeigen Sie, dass dann das Konfidenzintervall für  $\hat{p}$  durch

$$\left[ \hat{p} - \frac{1}{2\sqrt{n}}\Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right), \hat{p} + \frac{1}{2\sqrt{n}}\Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \right]$$

gegeben ist.

(3 Punkte)

3. In einer Bäckerei gibt es Pfannkuchen mit und ohne Füllung. Die Verkäuferin versichert Ihnen, dass ein Drittel gefüllt sind. Wie viele Berliner müssen Sie kaufen, damit Sie mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % mindestens fünf Gefüllte erhalten?

**Hinweis:** Verwenden Sie eine Normalapproximation.

(2 Punkte)

4. Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz einer  $\chi_n^2$ -Verteilung. Zentrieren und standardisieren Sie eine  $\chi_n^2$  Zufallsvariable und zeigen Sie mit dem ZGWS eine geeignete Verteilungskonvergenz gegen eine (nicht konstante) Zufallsvariable.

(2 Punkte)