Serie 5

1. *(4 Punkte)* Zeige:

a) $\lim \sqrt{n}$ existiert nicht.

b) $\lim \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \frac{1}{2}$.

c) $\lim n(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ existiert nicht.

d) $\lim(\frac{1+2+3+...+n}{n})$ existiert nicht.

e) $\lim(\frac{1+2+3+...+n}{n^2}) = \frac{1}{2}$.

f) $\lim(\frac{1+2+3+...+n}{n^3}) = 0$.

g) $\lim(\frac{n(1+2+3+...+n)}{1^2+2^2+...+n^2}) = \frac{3}{2}$.

h) $\lim \frac{100^n}{n!} = 0$.

2. *Zeige (3 Punkte)*: Die Lösungsmenge in den komplexen Zahlen für die Gleichung

$$a|z|^2 + \bar{b}z + b\bar{z} + c = 0$$

mit $a, c \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{C}$ und $|b|^2 - ac > 0$ ist ein Kreis oder eine Gerade.

3. **a)** *(2 Punkte)* Berechne den Grenzwert a der Folge $a_n = \sqrt{n^2 + 2n} - n$.

b) *(2 Punkte)* Wie groß muß man in (a) das $n_0 \in \mathbb{N}$ mindestens wählen, damit $|a_n - a| < 10^{-4}$ gilt f.a. $n \geq n_0$?

4. *(4 Punkte)* Es sei (X, d) ein metrischer Raum und $(a_n) \in X^{\mathbb{N}}$ eine Folge. *Zeige:*
(a_n) konvergiert genau dann, wenn jede Teilfolge konvergiert und ale Grenzwerte übereinstimmen.

Rückgabe: spätestens Dienstag, 18.11.08, 10.30 Uhr in den Briefkästen