

Lineare Algebra für Physiker, Serie 8

Abgabe am 6.12.2007

1. Berechnen Sie die Determinante der schiefsymmetrischen 3×3 -Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix} \quad a, b, c \in \mathbb{R}.$$

3 P

2. Berechnen Sie die Determinante der $n \times n$ -Matrix A :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & 2 & & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

4 P

3. (a) Beweisen Sie, dass für alle $a, b, c \in \mathbb{R}$ gilt,

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (c-b)(b-a)(c-a).$$

- (b) Für $n+1$ Spaltenvektoren $b_1, \dots, b_{n+1} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ gilt

$$\det \begin{pmatrix} b_1 & \cdots & b_{n+1} \\ 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix} = \det(b_1 - b_{n+1}, b_2 - b_{n+1}, \dots, b_n - b_{n+1}).$$

6 P