UNIVERSITÄT LEIPZIG

Jun.-Prof. Dr. Mira Schedensack
Mathematisches Institut
Universität Leipzig

# Numerisches Praktikum

WS 2022/2023 & SS 2023

**Projekt: Numerische Berechnung des Logarithmus** (empfohlene Gruppengröße: 2)

Approximieren Sie numerisch $\log(x^\star)$ für $x^\star = 2, 3, \dots, 10$, indem Sie die folgenden Algorithmen anwenden

- Potenzreihen-Ansatz: Berechnen Sie für $N \in \mathbb{N}$ (numerisch) die Summe

$$\sum_{k=1}^{N} (-1)^{k+1} \frac{(x^\star - 1)^k}{k}.$$

- Quadratur zur Berechnung der Stammfunktion von $1/x$: Implementieren Sie eine zusammengesetzte (summierte) Quadraturformel (siehe auch [Her11, Abschnitt 8.2.2]) Ihrer Wahl aus der Vorlesung, um

$$\int_1^{x^\star} \frac{1}{t}\, dt$$

  zu approximieren.

- Newton-Verfahren: Implementieren Sie das Newton-Verfahren (siehe z.B. [Her20, Abschnitt 4.3]) und approximieren Sie so $\log(x^\star)$ als Lösung von

$$e^x - x^\star = 0.$$

- Fixpunkt-Iteration: Implementieren Sie die Fixpunkt-Iteration (siehe z.B. [Her20, Abschnitt 4.2]) und approximieren Sie $\log(x^\star)$ als Lösung von

$$-e^x + x + x^\star = x.$$

1. Implementieren Sie die vier Verfahren. Beim Newton-Verfahren soll die Ableitung von $f$ ein Input-Parameter sein.

2. Erstellen Sie ein Diagramm, in dem Sie die Fehler $|\log(x^\star) - x_k|$ gegen die Anzahl der Schritte (Anzahl der Summanden beim Potenzreihen-Ansatz) auftragen. Benutzen Sie für die summierte Quadraturformel $2^k$ Teilintervalle und tragen Sie den Fehler gegen $k$ auf. Tragen Sie in dem Diagramm die y-Werte (d.h. den Fehler) logarithmisch auf (z.B. `semilogy` in matlab oder python). Vergleichen Sie die vier Verfahren und diskutieren Sie Ihre Ergebnisse.

## Literatur


[Her11] Martin Hermann. *Numerische Mathematik.* München: Oldenbourg Verlag, 3rd revised and expanded ed. edition, 2011.

[Her20] Martin Hermann. *Numerische Mathematik. Band 1: Algebraische Probleme.* De Gruyter Stud. Berlin: De Gruyter, 4th revised and enlarged edition, 2020.