ÜBUNGSAUFGABEN, Serie 3 (Abgabe am 02.05.2018)

1. Aus einem gut gemischten Kartenspiel von 52 Karten werden zwei Karten verdeckt gezogen (ohne Zurücklegen). Eine der Karten bleibt verdeckt. Die andere Karte wird aufgedeckt, ihr Wert wird notiert und dann wird die Karte wieder verdeckt. Die zwei gezogenen Karten werden gemischt und eine der beiden Karten wird willkürlich ausgewählt and aufgedeckt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Karte ein Ass ist, wenn die zuvor aufgedeckte Karte

   (a) eine Dame (b) ein Ass

   war.

2. In einer Fabrik werden integrierte Schaltkreise (IC) produziert. Der Anteil der produzierten defekten ICs beträgt 20%. Es ist ziemlich teuer, einen IC gründlich zu testen, so wird ein billiges Kontrollverfahren versucht, das keine einwandfreien und 90% der defekten ICs vom Verkauf aussortiert. Welcher Anteil unter der verkauften ICs ist noch immer defekt?

3. Zwei Spieler A und B spielen ein Glücksspiel gegeneinander. Wenn einer der Spieler die Spielrunde gewinnt, erhält er 1 Euro vom anderen Spieler. Im Falle eines Unentschieden wird kein Geld ausgezahlt. Spieler A verfügt über ein Anfangskapital von a Euro, Spieler B über ein Anfangskapital von b Euro ($a, b \in \mathbb{N}$). Das Spiel ist beendet, sobald einer der beiden Spieler ruiniert ist, d.h. das Kapital 0 besitzt. Man bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass Spieler A ruiniert wird, wenn

   (a) jede Spielrunde wird gleichwahrscheinlich entweder von Spieler A oder von Spieler B gewonnen.

   (b) jede Speilrunde wird mit Wahrscheinlichkeit $p \in [0, 1]$ von Spieler A oder mit Wahrscheinlichkeit $1 - p$ von Spieler B gewonnen.

   (c) jede Speilrunde wird mit Wahrscheinlichkeit p von Spieler A gewonnen, oder mit Wahrscheinlichkeit q von Spieler B, oder endet unentschieden mit Warscheinlichkeit $r = 1 - p - q$.

   Wie verhält sich diese Wahrscheinlichkeit für $b \to \infty$?

4. Sei $n \in \mathbb{N}$. Bestimmen Sie das kleinste $N \in \mathbb{N}$, so dass es einen diskreten Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, P) mit $|\Omega| = N$ und stochastisch unabhängige Ereignisse $A_1, \dots, A_n \subseteq \Omega$ mit $P(A_1), \dots, P(A_n) \in (0, 1)$ gibt. Mit anderen Worten, was ist die kleinste Anzahl der Elementen, die die Ergebnismenge eines Wahrscheinlichkeitsraums enthalten sollte, damit man n unabhängige nicht triviale Ereignisse darauf definieren kann.