ÜBUNGSAUFGABEN, Serie 2 (Abgabe am 25.04.2018)

1. Aus n Ehepaaren werden k Personen zufällig ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass
 - (a) kein Ehepaar ausgewählt wurde?
 - (b) genau ein Ehepaar ausgewählt wurde?
 - (c) genau zwei Ehepaare ausgewählt wurden?
 - (d) mindestens ein Ehepaar ausgewählt wurde?

2. Vor der Kasse eines zoologischen Gartens stehen 100 Personen, von denen jede genau eine Eintrittskarte kaufen will. Eine Karte kostet genau 1 Euro. Von den Besuchern haben 60 nur Eineuromünzen und 40 nur Zweieurostücke. In der Kasse ist vor der Öffnung kein Wechselgeld vorhanden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Kartenverkauf ohne Stockung, d.h. ohne Warten auf Wechselgeld, verläuft?

3. Zwei Würfel werden n mal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass jede der Kombinationen $(1, 1), (2, 2), \dots, (6, 6)$ mindestens einmal erscheint.

4. Sei $\xi_1, \dots, \xi_n$ eine zufällige Permutation von $1, \dots, n$. Sei $\eta_1, \dots, \eta_n$ zufällige Stichproben von $1, \dots, n$ (d.h. die Ergebnisse von n zufällige Ziehungen aus $\{1, \dots, n\}$ mit Zurücklegen).
 - (a) Für $1 \leq k \leq n$, bestimme man die Wahrscheinlichkeit, dass $\xi_1 \leq \dots \leq \xi_k$.
 - (b) Für $1 \leq k \leq n$, bestimme man die Wahrscheinlichkeit, dass $\eta_1 \leq \dots \leq \eta_k$.
 - (c) Für $0 \leq k \leq n$, bestimme man die Wahrscheinlichkeit F_n^k , dass $|\{i : \xi_i = i\}| = k$.
 - (d) Für $0 \leq k \leq n$, bestimme man die Wahrscheinlichkeit G_n^k , dass $|\{i : \eta_i = i\}| = k$.
 - (e) Für $k \geq 0$, berechne man die Grenzwerte $F^k = \lim_{n \rightarrow \infty} F_n^k$ und $G^k = \lim_{n \rightarrow \infty} G_n^k$.