6. Übung zur Vorlesung
Stochastische Analysis im SoSe 2017

Aufgabe 1. Berechnen Sie die Semi-Martingalzerlegung der Prozesse X, $(X)^2$, $(X)^3$, wobei $X = f \bullet W$ mit einer stetigen beschänkten Funktion f und einer Brown'schen Bewegung W. Berechnen Sie auch den quadratischen Variationsprozess $\langle X^3, X^3 \rangle$ von $(X)^3$.

Aufgabe 2. Zeigen Sie im Black-Scholes Modell: Eine Portfoliostrategie $\Pi_t = (\beta_t, \eta_t)$ ist selbstfinanzierend genau dann, wenn $d\tilde{X}_t = \eta_t d\tilde{S}_t$, wobei $\tilde{X}_t = e^{-rt} X_t$ und $\tilde{S}_t = e^{-rt} S_t$ die diskontierten Portfoliowert- und Aktienkursprozesse sind.

Aufgabe 3. Zeigen Sie, dass im Black-Scholes Modell eine replizierende Hedging-Strategie für ein Derivat eindeutig (in welchem Sinne (?)) ist.

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass im Black-Scholes Modell eine selbstfinanzierende Portfoliostrategie $\Pi_. = (\beta_., \eta_.)$ durch Angabe von $(\eta_t)_{t \in [0,t]}$ und $X_\pi(0)$ eindeutig bestimmt ist.

Aufgabe 5. Bestimmen Sie im Black-Scholes Modell durch die Risikoneutrale Methode den Preis des Derivats $F(S_.) = (S_T^2 - S_T)_+$.

Aufgabe 6. Zeigen Sie: Falls $Z \in \mathcal{M}_{loc}$ die Darstellung$dZ_t = P_t dN_t$ hat mit einem messbaren Prozess $P > 0$ und $N \in \mathcal{S}$, so muss $N \in \mathcal{M}_{loc}$ gelten.