

### 3. Übung zur Vorlesung Stochastische Analysis im SoSe 2017

**Aufgabe 1.** Zeigen Sie, dass es für zwei stetige beschränkte Martingale  $M, N$  auf einem gemeinsamen filtrierten W-Raum genau einen stetigen Prozess  $A$  von beschränkter Variation mit  $A_0 = 0$  gibt, so dass  $(M_t \cdot N_t - A_t)$  ein Martingal ist.

**Aufgabe 2.** Beweisen Sie Lemma 3.49 aus dem Skript.

**Aufgabe 3.** Es sei  $f : \mathbb{R}_{\geq 0} \mapsto \mathbb{R}$  von beschränkter Variation und  $h, g : \mathbb{R}_{\geq 0} \mapsto \mathbb{R}$  beschränkt und Borel-messbar. Es sei  $(g \bullet f) : \mathbb{R}_{\geq 0} \mapsto \mathbb{R}$  unter Verwendung des Lebesgue-Stieltjes Integrals definiert durch

$$(g \bullet f)(t) = \int_{\mathbb{R}_{\geq 0}} f(s) 1_{[0,t]}(s) dg(s).$$

Zeigen Sie, dass  $g \bullet f$  erneut von beschränkter Variation ist und dass

$$h \bullet (g \bullet f) = (h \cdot g) \bullet f.$$

**Aufgabe 4.** Beweisen Sie Satz 3.59 aus dem Skript.