

Finanzmathematik im SoSe 2018

Prof. Dr. M. v. Renesse

3. Übung

May 1, 2018

1. Betrachten Sie das Einperioden-Finanzmarktmodell aus Aufgabe 4 vom ersten Übungsblatt. Bestimmen Sie die Menge $\Pi^A(C)$ der Arbitrage-Preise einer europäischen Call-Option C auf S mit Strike Preis 1 Euro, d.h. welche definiert ist durch $C(\omega) = (S(\omega) - 1)_+$

2. Führen Sie in das Einperioden-Finanzmarktmodell aus Aufgabe 4 vom ersten Übungsblatt weiteres Wertpapier $T : \Omega \mapsto \mathbb{R}$ mit Anfangspreis 1 ein, so dass das daraus resultierende erweiterte Einperioden-Finanzmarktmodell mit $d = 2$ arbitragefrei und vollständig ist. Bestimmen Sie in dem so erweiterten Modell den eindeutigen Arbitragepreis der Call-Option C aus Aufgabe 1. Verifizieren Sie ihr Ergebnis, indem Sie ein Replikationsportfolio aus B, S, T bestimmen.

3. Zeigen Sie, dass in einem Einperioden-Finanzmarktmodell $\mathcal{M}$ für eine Option C der Ausdruck

$$\min\{m \mid \exists \xi \in \mathbb{R}^d : m + \langle \xi, Y \rangle \geq \frac{C}{1+r}\}$$

mit $Y = \frac{S}{1+r} - \Pi$ die minimalen Superreplikationskosten beschreibt (Vergl. Bemerkung 2.29 aus dem Skript).

4. Es sei C eine nicht-replizierbare Option in einem arbitragefreien Finanzmarktmodell. Zeigen Sie, dass $\sup \Pi^A(C)$ kein Arbitragepreis für C ist, indem Sie eine Arbitrage-Portfolio zum Preis von $\pi_C := \sup \Pi^A(C)$ konstruieren. (Hinweis: Nutzen Sie, dass $\sup \Pi^A(C)$ den minimalen Superreplikationskosten entspricht.)