

# Funktionentheorie 1

Sommersemester 2017

*Abgabe: Dienstag, 30.05.2017 vor der Vorlesung, bitte Namen,  
Matrikelnummer und Übungsgruppenzeit angeben!*

## Aufgaben, Blatt Nr. 8

8-1 Untersuchen Sie, welche der folgenden Mengen einfach-zusammenhängend sind:

(a)  $\mathbb{C} - \{0\}$  ; (b)  $\mathbb{C} - [-1, 1]$  ; (c)  $\mathbb{C} - \{x \in \mathbb{R}; x \leq 0\}$

8-2 Untersuchen Sie, welche der folgenden Gebiete einfach-zusammenhängend sind:

(a)  $\mathbb{C} - (\{(0, y); -1 \leq y \leq 1\} \cup \{(x, y); x > 0, y = \sin(1/x)\})$ .

(b)  $\{z \in \mathbb{C}; |z| \leq 1\} - \{1/n; n \in \mathbb{N}\}$

(c)  $\mathbb{C} - \{0\} - \{\exp(t(1+i)), t \in \mathbb{R}\}$ .

8-3 (a) Bestimmen Sie alle Logarithmen von  $i$  und  $(1+i)^3$ .

(b) Bestimmen Sie den Hauptwert des Logarithmus von  $(3-4i)^4$ .

8-4 Sei  $f(z)$  der auf  $\mathbb{C}^* - \{z \in \mathbb{C}; \arg z = 3\pi/4\}$  definierte Zweig des Logarithmus ist mit  $f(1) = 0$ . Entwickeln Sie  $f$  um  $-1$  in eine Potenzreihe. Wo konvergiert sie und wo stimmt sie überein mit  $f(z)$ .